

Практичний матеріал для розгляду і складання конспекту.

Приклади-зразки розв'язків завдань.

Виконання письмових вправ (зразки оформлення).

1. Розв'яжіть систему рівнянь методом додавання:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases}$$

Розв'язання

№ з/п	АЛГОРИТМ	ПРИКЛАД
		$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases}$
1	Додамо почленно ліві й праві частини рівнянь і зведемо подібні доданки	$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases}$ $x - 3x - \cancel{2y} + \cancel{2y} = 3 + 1$
2	Розв'яжемо отримане рівняння з однією змінною	$\begin{aligned} -2x &= 4 \\ x &= -2 \end{aligned}$
3	Підставимо значення $x = -2$ в перше рівняння $x - 2y = 3$ і знайдемо значення другої змінної y	$\begin{aligned} \begin{cases} x = -2 \\ x - 2y = 3 \end{cases} &\quad \begin{cases} x = -2 \\ -2 - 2y = 3 \end{cases} &\quad \begin{cases} x = -2 \\ -2y = 5 \end{cases} &\quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -2,5 \end{cases} \end{aligned}$
4	Записати відповідь	<i>Відповідь:</i> $(-2; -2,5)$

Оформимо зручний запис розв'язування системи методом додавання

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ -2 - 2y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ -2y = 5 \end{cases}$$

$$x - 3x - 2y + 2y = 3 + 1$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Відповідь: $(-2; -2,5)$

2. Розв'яжіть систему рівнянь методом додавання:

$$\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases}$$

Розв'язання

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases} & \left| \cdot 2 \right. & \begin{cases} 10x + 4y = -2 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases} & \begin{cases} x = 1 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases} & \begin{cases} x = 1 \\ 2 \cdot 1 - 4y = 14 \end{cases} \\ & & \hline & & 12x = 12 \\ & & & & x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 1 \\ 2 \cdot 1 - 4y = 14 \end{cases} & \begin{cases} x = 1 \\ 2 \cdot 1 - 4y = 14 \end{cases} & \begin{cases} x = 1 \\ -4y = 12 \end{cases} & \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Відповідь: (1; -3)

3. Розв'яжіть систему рівнянь методом додавання:

$$\begin{cases} 3(x + y) - 7 = 12x + y \\ 6(y - 2x) = 1 - 45x \end{cases}$$

Розв'язання

Спростимо кожне рівняння. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки.

$$\begin{cases} 3(x + y) - 7 = 12x + y \\ 6(y - 2x) = 1 - 45x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 3y - 12x - y = 7 \\ 6y - 12x + 45x = 1 \end{cases}$$

Помножимо перше рівняння на -3 і отримаємо протилежні коефіцієнти при змінній y. Виконаємо почленно додавання обох рівнянь системи.

$$\begin{cases} -9x + 2y = 7 \\ 33x + 6y = 1 \end{cases} \cdot (-3) \quad \begin{cases} 27x - 6y = -21 \\ 33x + 6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 33x + 6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 33 \cdot (-\frac{1}{3}) + 6y = 1 \end{cases}$$

$$60x = -20$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ -11 + 6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 6y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

Відповідь: $(-\frac{1}{3}; 2)$

4. Знайдіть значення виразу $x_0 - y_0$, якщо $(x_0; y_0)$ є розв'язком системи

$$\text{рівнянь } \begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = -21 \end{cases}$$

Розв'язання

Помножимо друге рівняння на -4 і отримаємо протилежні коефіцієнти при змінній x . Виконаємо почленно додавання обох рівнянь системи.

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = -21 \end{cases} \cdot (-4) \quad \begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ -8x - 20y = 84 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ y = -5 \end{cases} \\ \hline \phantom{\begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = -21 \end{cases} \cdot (-4)} \phantom{\begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ -8x - 20y = 84 \end{cases}} -17y = 85 \\ \phantom{\begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = -21 \end{cases} \cdot (-4)} \phantom{\begin{cases} 8x + 3y = 1 \\ -8x - 20y = 84 \end{cases}} y = -5 \end{array}$$

$$\begin{cases} 8x + 3 \cdot (-5) = 1 \\ y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x = 16 \\ y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

Значить, $x_0 = 2$; $y_0 = -5$, тоді $x_0 - y_0 = 2 - (-5) = 7$

Відповідь: $x_0 - y_0 = 7$

5. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь: $5x + 6y = -20$ і $2x + 9y = 25$.

Розв'язання

Не виконуючи побудови, знайти координати точки перетину графіків рівнянь можна аналітичним способом, склавши і розв'язавши систему із цих рівнянь.

Пара чисел $(x_0; y_0)$, яка буде розв'язком цієї системи рівнянь і буде точкою перетину графіків даних рівнянь.

Складемо і розв'яжемо систему рівнянь способом додавання:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y = -20 \\ 2x + 9y = 25 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot (-5) \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 10x + 12y = -40 \\ -10x - 45y = -125 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x + 9y = 25 \\ y = 5 \end{array} \right. \\ \hline \quad \quad \quad -33y = -165 \\ \quad \quad \quad y = 5 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 9y = 25 \\ y = 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x + 9 \cdot 5 = 25 \\ y = 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x = -20 \\ y = 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -10 \\ y = 5 \end{array} \right.$$

Відповідь: $(-10; 5)$ – точка перетину графіків.

Зверніть увагу на те, що спосіб додавання є найбільш зручним способом розв'язування систем, так як для будь-яких значень коефіцієнтів при змінних легко зводиться до лінійного рівняння з однією змінною.

6. Запишіть рівняння прямої $y = kx + b$, яка проходить через точки М (2; 1) і К (-3; 2).

Розв'язання

Складемо систему двох рівнянь, які проходять через дані точки М і К. Підставимо координати точки М в перше рівняння, а координати точки К в друге рівняння. Розв'яжемо систему способом додавання і знайдемо значення k і b .

$$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b \\ y_2 = kx_2 + b \end{cases}$$
$$\begin{cases} 1 = 2k + b \\ 2 = -3k + b \end{cases} \cdot (-1) \quad \begin{cases} 1 = 2k + b \\ 2 = -3k + b \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 2k + b \\ -2 = 3k - b \end{cases} \quad \begin{cases} k = -0,2 \\ 1 = 2k + b \end{cases}$$
$$\begin{matrix} -1 = 5k \\ k = -0,2 \end{matrix}$$
$$\begin{cases} k = -0,2 \\ 1 = 2(-0,2) + b \end{cases} \quad \begin{cases} k = -0,2 \\ 1 = -0,4 + b \end{cases} \quad \begin{cases} k = -0,2 \\ b = 1,4 \end{cases}$$

Підставимо значення k і b в рівняння $y = kx + b$ і отримаємо рівняння, яке проходить через точки М і К: $y = -0,2x + 1,4$.

Відповідь: $y = -0,2x + 1,4$.