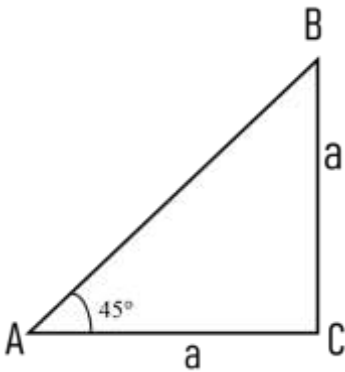


Конспект до уроку 4

Вступ

Ми вже вміємо знаходити $\sin$, $\cos$ і tg гострого кута через відношення сторін прямокутного трикутника. А якщо відома лише градусна міра кута — беремо значення з таблиці або з калькулятора. У кожного кута є фіксовані значення $\sin$, $\cos$ і tg .

1



Якщо $\triangle ABC$ — прямокутний, з $\angle A = 45^\circ$,

тоді $\triangle ABC$ і рівнобедрений

Нехай $BC = a$, тоді $AC = a$. За теоремою Піфагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$AB = a\sqrt{2}$$

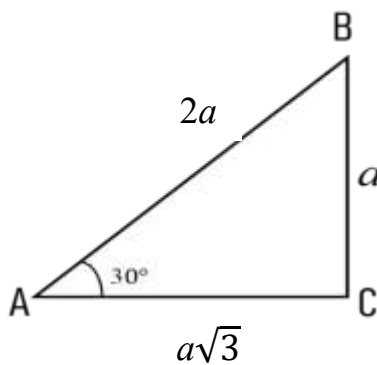
$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. Скоротити дріб на a
2. Звільнимось від ірраціональності в знаменнику

$$\cos 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{a} = 1$$

2



Якщо $\triangle ABC$ — прямокутний, з $\angle A = 30^\circ$, тоді

$$BC = \frac{1}{2}AB$$

Нехай $BC = a$, тоді $AB = 2BC = 2a$. За теоремою Піфагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$AC^2 = (2a)^2 - a^2 = (2a-a)(2a+a) = a \cdot 3a = 3a^2$$

$$AC = a\sqrt{3}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

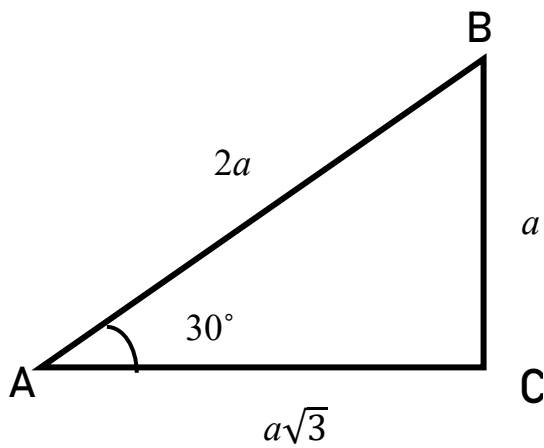
$$\cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Самостійно знайдіть значення $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\operatorname{tg} 60^\circ$

Підказка: Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90°

1. $\angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$



Отже,

$$\sin 60^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$$

Маленькі хитрощі, щоб скоріше знаходити значення

Швидке запам'ятовування

Метод «Маленька таблицка»

Перший спосіб – достатньо швидко намалювати таблицю!

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

1. Спочатку ставимо дробові риски та напишемо в знаменниках 2;
2. У чисельнику для $\sin \alpha$ пишемо 1,2,3, а для $\cos \alpha$ — 3,2,1;

Метод «Долонька»

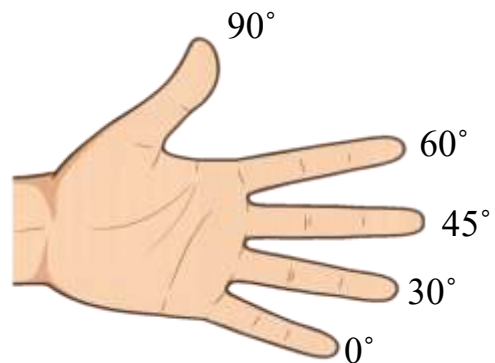
Кожен палець –це кут:

Мізинець - 0° ;

Підмізинний - 30°

Середній - 45° ;

Вказівний - 60°



1. Дивимось на ліву руку (долоню)
2. Для синуса рахуємо пальці знизу вгору (від підмізинного до вказівного)
для 45° - середній палець

$$\text{Отже, } \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

для косинуса — згори вниз:

для 30° - середній палець

$$\text{Отже, } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3.Значення дорівнює «корінь із номера пальця, поділений на 2»

Доповняльні кути

Розумнику, дивись що я помітив:

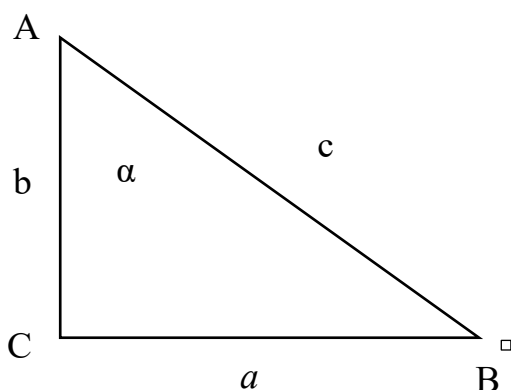
$$\sin 30^\circ = 1/2 \text{ та } \cos 60^\circ = 1/2$$

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

Так, тому що це доповняльні кути!

Доповняльними кутами називають кути, які в сумі становлять 90°

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



Нехай $\triangle ABC$ – прямокутний

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\angle B = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos (90^\circ - \alpha)$$

синус даного кута = косинус доповняльного кута

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin (90^\circ - \alpha)$$

косинус даного кута = синус доповняльного кута

$$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

Таблиця значень тригонометричних функцій

Значення синусів, косинусів і тангенсів інших кутів можна знайти в цій таблиці! А користуватись легко! Давай знайдемо $\sin 25^\circ$

Величина кута (у градусах)	Синус	Косинус	Тангенс	Величина кута (у градусах)	Синус	Косинус	Тангенс
		0,906	0,466	71	0,946	0,326	2,904
26	0,438	0,899	0,488	72	0,951	0,309	3,078
27	0,454	0,891	0,510	73	0,956	0,292	3,271
28	0,469	0,883	0,532	74	0,961	0,276	3,487
29	0,485	0,875	0,554	75	0,966	0,259	3,732

Завдання (Обчислити)

$$\sin 20^\circ =$$

$$\sin 6^\circ =$$

$$\sin 30^\circ =$$

$$\cos 24^\circ =$$

$$\cos 54^\circ =$$

$$\cos 76^\circ =$$

$$\operatorname{tg} 70^\circ =$$

$$\operatorname{tg} 8^\circ =$$

$$\cos 76^\circ =$$

Відповідь:

$$\sin 20^\circ = 0,342$$

$$\sin 6^\circ = 0,105$$

$$\sin 30^\circ = 0,500$$

$$\cos 24^\circ = 0,914$$

$$\cos 54^\circ = 0,588$$

$$\cos 76^\circ = 0,242$$

$$\operatorname{tg} 70^\circ = 2,747$$

$$\operatorname{tg} 8^\circ = 0,141$$

$$\operatorname{tg} 32^\circ = 0,625$$

Завдання. Знайти кут α

$$\sin \alpha = 0,999$$

$$\cos \alpha = 0,766$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,900$$

$$\alpha =$$

$$\alpha =$$

$$\alpha =$$

$$\sin \alpha = 0,515$$

$$\cos \alpha = 0,225$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,601$$

$$\alpha =$$

$$\alpha =$$

$$\alpha =$$

Відповідь:

$$\sin \alpha = 0,999$$

$$\cos \alpha = 0,766$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,900$$

$$\alpha = 87^\circ$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$$\alpha = 42^\circ$$

$$\sin \alpha = 0,515$$

$$\cos \alpha = 0,225$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,601$$

$$\alpha = 31^\circ$$

$$\alpha = 77^\circ$$

$$\alpha = 31^\circ$$

Завдання. Скоротіть вираз

$$2\cos(90^\circ - \alpha) - \sin \alpha =$$

$$1 - \cos(90^\circ - \alpha) + \sin \alpha =$$

$$\sin \alpha + \cos(90^\circ - \alpha) =$$

$$3\cos \alpha - 2\sin(90^\circ - \alpha) =$$

$$2\sin \alpha + \cos(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha) - \cos \alpha =$$

Відповідь:

$$2\cos(90^\circ - \alpha) - \sin \alpha = 2\sin \alpha - \sin \alpha = \sin \alpha$$

$$1 - \cos(90^\circ - \alpha) + \sin \alpha = 1 - \sin \alpha + \sin \alpha = 1$$

$$\sin \alpha + \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha + \sin \alpha = 2\sin \alpha$$

$$3\cos \alpha - 2\sin(90^\circ - \alpha) = 3\cos \alpha - 2\cos \alpha = \cos \alpha$$

$$2\sin \alpha + \cos(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha) - \cos \alpha = 2\sin \alpha + \sin \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha = 3\sin \alpha$$

Завдання. Скоротіть вираз.

$$\cos 45^\circ - \sin 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ =$$

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - 1 =$$

$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \frac{1}{4} =$$

$$4\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ =$$

Відповідь:

$$\cos 45^\circ - \sin 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 1$$

$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4} = 1$$

$$4\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ = 4 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} - 1 = 0$$

Висновки

- ✓ Ми дізналися, що у кожного кута є свої значення $\sin$, $\cos$ і tg ;
- ✓ навчилися користуватись таблицею та знаходити значення навіть без підручника;
- ✓ запам'ятали «маленьку таблицю» і метод «долоньки»;
- ✓ з'ясували зв'язок $\sin$ і $\cos$ у доповняльних кутах;
- ✓ уміємо знаходити значення функцій, визначати кути та спрощувати вирази

Таблиця значень тригонометричних функцій

Величина кута (у градусах)	Синус	Косинус	Тангенс	Величина кута (у градусах)	Синус	Косинус	Тангенс
0	0,000	1,000	0,000	46	0,719	0,695	1,036
1	0,017	1,000	0,017	47	0,731	0,682	1,072
2	0,035	0,999	0,035	48	0,743	0,669	1,111
3	0,052	0,999	0,052	49	0,755	0,656	1,150
4	0,070	0,998	0,070	50	0,766	0,643	1,192
5	0,087	0,996	0,087	51	0,777	0,629	1,235
6	0,105	0,995	0,105	52	0,788	0,616	1,280
7	0,122	0,993	0,123	53	0,799	0,602	1,327
8	0,139	0,990	0,141	54	0,809	0,588	1,376
9	0,156	0,988	0,158	55	0,819	0,574	1,428
10	0,174	0,985	0,176	56	0,829	0,559	1,483
11	0,191	0,982	0,194	57	0,839	0,545	1,540
12	0,208	0,978	0,213	58	0,848	0,530	1,600
13	0,225	0,974	0,231	59	0,857	0,515	1,664
14	0,242	0,970	0,249	60	0,866	0,500	1,732
15	0,259	0,966	0,268	61	0,875	0,485	1,804
16	0,276	0,961	0,287	62	0,883	0,469	1,881
17	0,292	0,956	0,306	63	0,891	0,454	1,963
18	0,309	0,951	0,335	64	0,899	0,438	2,050
19	0,326	0,946	0,344	65	0,906	0,423	2,145
20	0,342	0,940	0,364	66	0,914	0,407	2,246
21	0,358	0,934	0,384	67	0,921	0,391	2,356
22	0,375	0,927	0,404	68	0,927	0,375	2,475
23	0,391	0,921	0,424	69	0,934	0,358	2,605
24	0,407	0,914	0,445	70	0,940	0,342	2,747
25	0,423	0,906	0,466	71	0,946	0,326	2,904
26	0,438	0,899	0,488	72	0,951	0,309	3,078
27	0,454	0,891	0,510	73	0,956	0,292	3,271
28	0,469	0,883	0,532	74	0,961	0,276	3,487
29	0,485	0,875	0,554	75	0,966	0,259	3,732
30	0,500	0,866	0,577	76	0,970	0,242	4,011
31	0,515	0,857	0,601	77	0,974	0,225	4,331
32	0,530	0,848	0,625	78	0,978	0,208	4,705
33	0,545	0,839	0,649	79	0,982	0,191	5,145
34	0,559	0,829	0,675	80	0,985	0,174	5,671
35	0,574	0,819	0,700	81	0,988	0,156	6,314
36	0,588	0,809	0,727	82	0,990	0,139	7,115
37	0,602	0,799	0,754	83	0,993	0,122	8,144
38	0,616	0,788	0,781	84	0,995	0,105	9,514
39	0,629	0,777	0,810	85	0,996	0,087	11,430
40	0,643	0,766	0,839	86	0,998	0,070	14,301
41	0,656	0,755	0,869	87	0,999	0,052	19,081
42	0,669	0,743	0,900	88	0,999	0,035	28,636
43	0,682	0,731	0,933	89	1,000	0,017	57,290
44	0,695	0,719	0,966	90	1,000	0,000	
45	0,707	0,707	1,000				