

Урок 2. Конспект

Графік лінійного рівняння з двома змінними

Кожну пару чисел, що є розв'язком рівняння з двома змінними x і y , можна позначити точкою на координатній площині, абсцисою якої є значення x , а ординатою - значення y . Усі такі точки утворюють **графік** рівняння з двома змінними.

? Що є графіком лінійного рівняння з двома змінними?

Розглянемо лінійне рівняння $ax + by = c$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, тобто рівняння I степеня. Виразимо змінну y через змінну x .

$$by = -ax + c \mid \div b, (b \neq 0)$$

$$y = \frac{-ax+c}{b},$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}, b \neq 0$$

Ми одержали лінійну функцію, графіком якої є пряма.

Отже, графіком рівняння $ax + by = c$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ є пряма.

! Оскільки *пряма однозначно задається двома своїми точками, то для побудови прямої, яка є графіком лінійної функції, достатньо знайти координати двох точок графіка.*

! Отже, щоб побудувати графік лінійного рівняння $ax + by = c$ з двома змінними треба:

1. Взяти будь-які 2 значення x (x_1 та x_2) та знайти відповідні їм значення y (y_1 та y_2);
2. Побудувати в координатній площині точку $A(x_1y_1)$ та точку $B(x_2y_2)$

3. Через точки провести пряму.

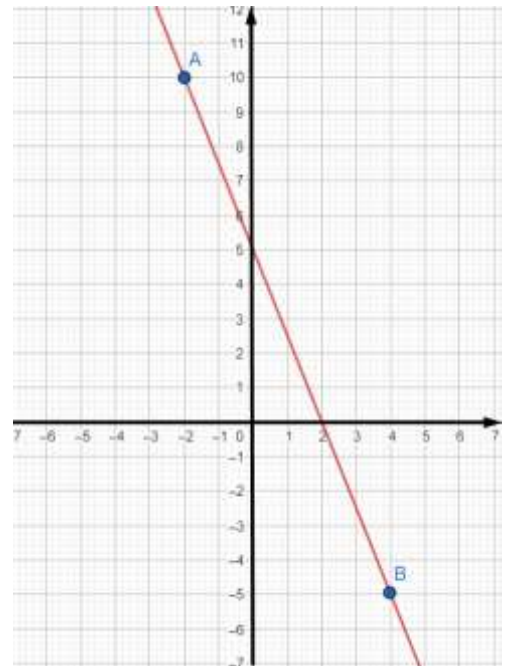
Наприклад 1. Побудувати графік рівняння

$$5x + 2y = 10$$

$$2y = 10 - 5x \mid \div 2$$

$$y = 5 - 2,5x$$

x	-2	4
y	10	-5



АБО

Обрати точки перетину графіка з осями координат:

$(x; 0)$ – точка перетину з віссю абсцис.

$(0; y)$ – точка перетину з віссю ординат,

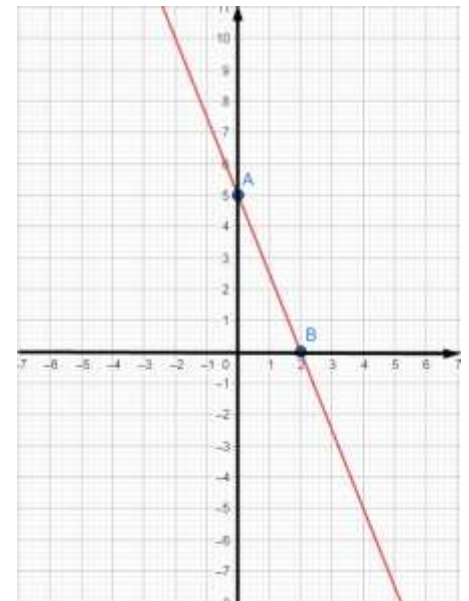
Тобто $5x + 2y = 10$

Знайдемо точку перетину з осями:

з віссю O_x : $y = 0, x = 2$

з віссю O_y : $x = 0, y = 5$

x	0	2
y	5	0



Розглянемо окремі випадки лінійного рівняння з двома змінними.

1. Якщо лінійне рівняння $ax + by = c$, $a = 0, b \neq 0$, то рівняння має вигляд

$$by = c \mid \div b$$

$$y = \frac{c}{b}$$

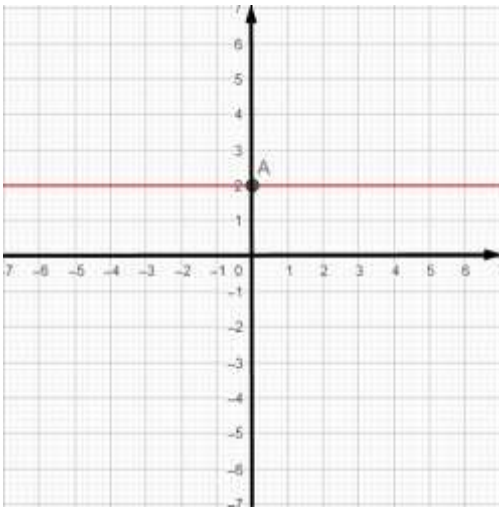
! Графіком рівняння $ax + by = c$, $a = 0$, $b \neq 0$ є пряма паралельна осі O_x ,
що проходить через точку $(0; \frac{c}{b})$

Наприклад 2.

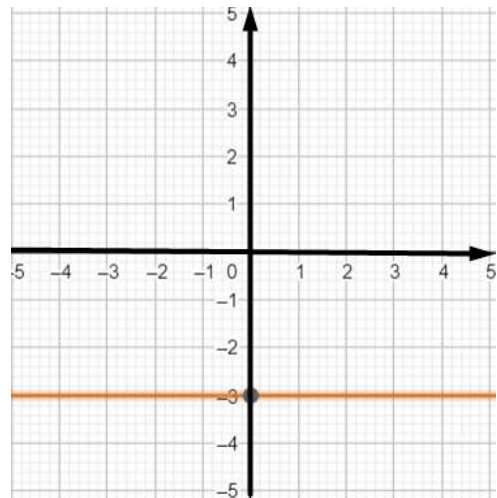
Побудуйте графік рівняння

a) $4y = 8$

$y = 2$



b) $y = -3$



2. Якщо в лінійному рівнянні $ax + by = c$, $a \neq 0$, $b = 0$, то рівняння має вигляд

$$ax = c \mid \div a$$

$$x = \frac{c}{a}, a \neq 0.$$

! Графіком рівняння $ax + by = c$, $a \neq 0$, $b = 0$, є пряма паралельна осі O_y ,
що проходить через точку $(\frac{c}{a}; 0)$.

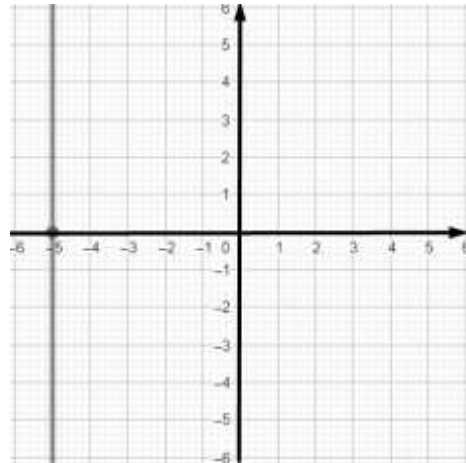
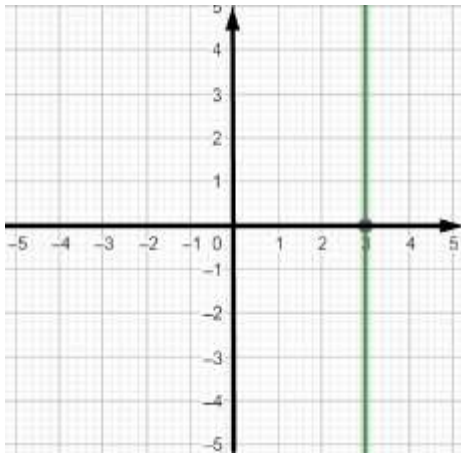
Наприклад 3.

Побудуйте графік рівняння:

a) $3x = 9$

b) $x = -5$

$x = 3$



3. Якщо рівняння

$ax + by = c$, $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, то рівняння має вигляд

! $0x + 0y = 0$,

тобто будь-яка пара чисел є розв'язком цього рівняння, а його *графіком є вся координатна площина*.

4. Якщо в лінійному рівнянні

$ax + by = c$, $a = 0$, $b = 0$, $c \neq 0$,

! $0x + 0y = c$,

тобто воно не має розв'язків, отже його *графік не містить жодної точки*.

Розв'яжемо разом.

Завдання 1.

Які з точок А (7; -4), В (5; -2) належать графіку рівняння $7x + 5y = 25$?

Точка належить графіку рівняння якщо координати цієї точки є розв'язком даного рівняння.

Підставимо координати точки в рівняння А (7; -4)

$$7x + 5y = 25,$$

Маємо, $7 * 7 + 5(-4) = 25,$

$$49 - 20 = 25,$$

$$29 \neq 25 - \text{не істинне}$$

Отже, точка А (7; -4) не належить графіку рівняння.

Підставим координати точки до рівняння В (5; - 2)

Маємо $7 * 5 + 5(-2) = 25,$

$$35 - 10 = 25,$$

$$25 = 25 - \text{істинне}$$

Отже, точка В (5; - 2) належить графіку рівняння.

Завдання 2.

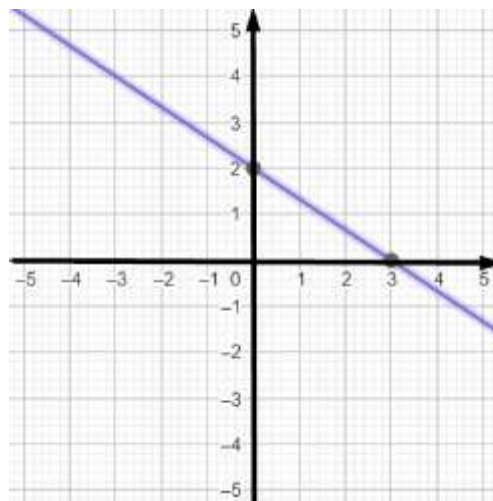
Побудуйте графік рівняння $2x + 3y = 6$.

Знайдемо точку перетину графіка рівняння з осями координат.

з віссю O_x : $y = 0$, $2x = 6$, $x = 3$;

з віссю O_y : $x = 0$, $3y = 6$. $y = 2$;

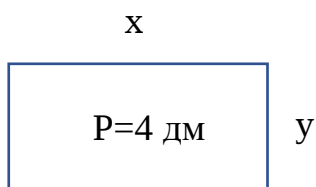
x	0	3
y	2	0



Задання 3. Задача

Із дроту завдовжки 4дм потрібно виготовити рамку прямокутної форми. Які розміри може мати рамка?

- Складіть рівняння з двома змінними, побудуйте його графік.
- Позначити ту частину графіка, яка є розв'язком задачі.



Позначимо довжину прямокутника – x дм, а ширину – y дм

$$P = 2(x+y) \text{ або } 4\text{дм}$$

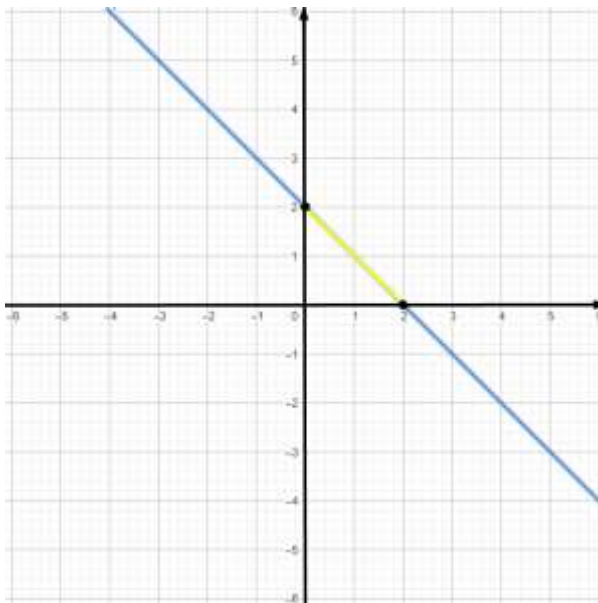
Маємо,

$$2(x+y)=4 \quad |:2$$

$$x+y=2$$

Одержали рівняння з двома змінними. Розв'яжемо його графічним способом.

x	0	2
y	2	0



Оскільки, розміри рамки можуть вимірюватися тільки додатними числами, то рамка може бути 1дм×1дм; 0,5дм×1,5дм, 1,5дм×0,5дм, ...

Отже,

Графік лінійного рівняння з двома змінними $ax+by=c$:

- є прямою, якщо або $a \neq 0$, або $b \neq 0$;
- є всією площиною, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c = 0$;
- не містить жодної точки координатної площини, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c \neq 0$.

Алгоритм побудови графіка лінійного рівняння $ax + by = c$ з двома змінними:

1. Взяти будь-які 2 значення x (x_1 та x_2) та знайти відповідні їм значення y (y_1 та y_2);
2. Побудувати в координатній площині точку $A(x_1y_1)$ та точку $B(x_2y_2)$
3. Через точки провести пряму.