

Урок 5. Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома змінними способом додавання

Розглянемо систему лінійних рівнянь з двома змінними.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 2, \\ 3x + 3y = 5; \end{cases}$$

Спочатку її розв'яжемо способом підстановки.

З першого рівняння виразимо x через y . Підставимо в одержаний вираз в друге рівняння.

$$\begin{cases} 4x - 2 = 3y, \\ 3x - 3y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}(4x - 2), \\ 3x + 3\frac{1}{3}(4x - 2) = 5; \end{cases}$$

$$3x + 4x = 2 + 5,$$

Далі вже нескладно закінчити розв'язування системи,

АЛЕ!

Таку рівність $3x + 4x = 2 + 5$ можна одержати іншим способом.

Для цього достатньо додати ліві й праві частини рівнянь системи.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 3x + 3y = 5 \end{cases} + \quad (3y \text{ та } -3y \text{ знищиться})$$

$$\hline 4x + 3x = 2 + 5,$$

Отже, замість розв'язування способом підстановки можемо виконувати почленне додавання рівнянь.

$$7x = 7,$$

$$x = 1.$$

Повернемося до системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x = 1, \\ 3 \times 1 + 3y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ 3y = 5 - 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{2}{3}. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } (1; \frac{2}{3})$$

! Способом додавання зручно розв'язувати системи, у яких коефіцієнти при якій-небудь змінній – протилежні числа.

Наприклад 1,

1. Розв'яжемо систему лінійних рівнянь способом додавання

$$\begin{cases} 3x + 4y = 85, \\ 5x + 4y = 107; \end{cases}$$

Щоб зробити коефіцієнти при y протилежними, домножимо обидві частини першого рівняння на (-1)

$$\begin{cases} 3x + 4y = 85 | * (-1) \\ 5x + 4y = 107; \end{cases}$$

Додамо почленно обидва рівняння

$$\begin{cases} -3x - 4y = -85, \\ 5x + 4y = 107; \end{cases} \quad +$$

$$2x = 22,$$

$$x = 11,$$

Повернемось до системи рівнянь

$$\begin{cases} x = 11, \\ 3 * 11 + 4y = 85; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11, \\ 4y = 85 - 33; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11, \\ 4y = 52; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11, \\ y = 13. \end{cases}$$

Відповідь: $(11; 13)$

2. Розглянемо ще одну систему лінійних рівнянь з двома змінними

$$\begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$$

Щоб застосувати до неї спосіб додавання, зведемо цю систему до вигляду, де коефіцієнти при y стануть протилежними.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 13 \mid * 7 \\ 2x + 7y = 81 \mid * 5 \\ 21x - 35y = 91, \\ 10x + 35y = 405; \end{cases} +$$

$$31x = 496.$$

$$x=16,$$

Повернемось до системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x = 16, \\ 3 \times 16 - 5y = 13; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 16, \\ -5y = 35; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 16, \\ y = -7. \end{cases}$$

Розв'яжемо разом

Завдання 1.

$$\begin{cases} 4x + 7y = -17, \mid * 3 \\ 5x - 3y = 14; \mid * 7 \end{cases} \quad \text{Домножимо обидві частини рівнянь на такі}$$

множники, щоб коефіцієнти при y стали протилежними.

Додамо почленно рівняння.

$$\begin{cases} 12x + 21y = -51, \\ 35x - 21y = 98; \end{cases} +$$

$$47x = 47,$$

$$x=1,$$

Повернемось до системи рівнянь

$$\begin{cases} x = 1, \\ 4 + 7y = -17; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ 7y = -21; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Відповідь: $(1; -3)$

А тепер трішки складніше.

Завдання 2

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь способом додавання

$$\begin{cases} -\frac{x-2}{3} + \frac{y+3}{2} = 2, & | * 6 \\ \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{4} = 4; & | * 12 \end{cases}$$

Щоб звільнитися від знаменників в системі лінійних рівнянь, треба обидві частини рівняння помножити на НСК знаменників рівняння.

$$\begin{cases} -\frac{6(x-2)}{3} + \frac{6(y+3)}{2} = 2 * 6, \\ \frac{12(x+1)}{3} + \frac{12(y-1)}{4} = 4 * 12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2(x-2) + 3(y+3) = 12, \\ 4(x+1) + 3(y-1) = 48; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 4 + 3y + 9 = 12, \\ 4x + 4 + 3y - 3 = 48; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = -1, & | * (-1) \\ 4x + 3y = 47; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 4x + 3y = 47; \end{cases} +$$

$$6x = 48,$$

$$x=8,$$

Повернімось до системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x = 8, \\ 16 - 3y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8, \\ -3y = -15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8, \\ y = 5. \end{cases}$$

Відповідь (8; 5)

А тепер розв'яжемо задачу.

Задача. Для перевезення тварин Всесвітньому фонду природи WWF

потрібно було їх зважити. Три слони і чотири бегемоти разом важать 30,7 т. Чотири слони важчі за дев'ять бегемотів на 800 кг. Знайдіть вагу одного слона і одного бегемота.

Розв'язання

	Вага однієї тварини, т	Кількість тварин, осіб		Кількість тварин, осіб	
Слони	x	3	3x	4	4x
Бегемоти	y	4	4y	9	9y

$\left. \begin{array}{l} 3x \\ + \\ 4y \end{array} \right\} 30,7 \text{ т}$
 $\left. \begin{array}{l} 4x \\ - \\ 9y \end{array} \right\} 0,8 \text{ т}$

Нехай вага одного слона дорівнює x т, а одного бегемота - y т.

Три слона важать ($3x$) т, а чотири бегемота ($4y$) т. Разом вони важать ($3x+4y$) т, що за умовою задачі дорівнює 30,7 т. Отже,

$$3x+4y=30,7$$

Чотири слони важать ($4x$) т, а дев'ять бегемотів ($9y$) т.

Чотири слони важчі за дев'ять бегемотів на ($4x - 9y$) т, що за умовою задачі дорівнює 0,8 т. Отже,

$$4x - 9y=0,8$$

Одержали систему двох лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 3x + 4y = 30,7, & | * 9 \\ 4x - 9y = 0,8; & | * 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27x + 36y = 276,3, \\ 18x - 36y = 3,2; \end{cases} +$$

$$43x=279,5,$$

$$x=6,5.$$

Повернемося до системи

$$\begin{cases} x = 6,5 \\ 19,5 + 4y = 30,7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6,5, \\ 4y = 30,71 - 9,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6,5, \\ 4y = 11,2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6,5, \\ y = 2,8. \end{cases}$$

6,5 т - важить слон;

2,8 т – важить бегемот.

Відповідь: 6,5 т; 2,8 т

Отже,

Алгоритм розв’язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними способом додавання.

1. Виконайте перетворення рівнянь так, щоб у рівняннях коефіцієнти при одній змінній стали протилежними числами.
2. Додайте почленно отримані рівняння.
3. Розв’яжіть отримане рівняння з однією змінною.
4. Підставивши знайдене значення змінної в одне з рівнянь системи.
5. Знайдіть значення іншої змінної.
6. Запишіть відповідь.