

Урок 4. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом підстановки

Ми вже навчилися розв'язувати системи лінійних рівнянь з двома змінними графічним способом. Але цей спосіб громіздкий і дає, як правило, наближені розв'язки. Тому частіше системи лінійних рівнянь з двома змінними розв'язують іншими способами, зокрема способом підстановки.

Якщо математикам зустрічається нова задача, то вони намагаються звести її розв'язування до розв'язування вже знайомої задачі.

Зараз розглянемо розв'язування системи лінійного рівняння із двома змінними зведенням його до розв'язування лінійного рівняння з однією змінною. А от розв'язувати лінійне рівняння з однією змінною ми вже вміємо.

Давайте розглянемо таку систему рівнянь (Наприклад 1):

$$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2y = 23; \end{cases}$$

З першого рівняння виразимо змінну y через змінну x :

$$3x - 5 = y.$$

Підставимо в друге рівняння системи замість змінної y вираз $(3x - 5)$

Отримаємо систему:

$$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2(3x - 5) = 23. \end{cases}$$

Друге рівняння одержаної системи є рівнянням з однією змінною.

Розв'яжемо його:

$$5x + 6x - 10 = 23,$$

$$11x = 33,$$

$$x = 3;$$

Повернімось до системи та знайдемо відповідне значення y :

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 3 * 3 - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 4. \end{cases}$$

Відповідь: $(3; 4)$

Розв'яжемо разом.

Завдання 1

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь з двома змінними способом підстановки:

$$\begin{cases} x - 3y = -1, \\ 8x + 3y = 19; \end{cases}$$

З першого рівняння виражаємо змінну y через змінну x .

$$\begin{cases} x = 3y - 1, \\ 3x + 8y = 19; \end{cases}$$

Підставляємо отриманий вираз замість змінної y в друге рівняння.

$$\begin{cases} x = 3y - 1, \\ 8 * (3y - 1) + 3y = 19; \end{cases}$$

Розв'яжемо друге рівняння системи (рівняння з однією змінною)

$$24y + 3y - 8 = 19,$$

$$27y = 27,$$

$$y = 1;$$

Повернемось до системи та знайдемо відповідне значення x

$$\begin{cases} y = 1, \\ x = 3 * 1 - 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

Відповідь: (2; 1)

Завдання 2

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь з двома змінними способом підстановки:

$$\begin{cases} 15x - 8y = 29, \\ 3x + 2y = 13; \end{cases}$$

З другого рівняння виражаємо змінну y через змінну x .

$$\begin{cases} 15x - 8y = 29, \\ 2y = 13 - 3x \mid \div 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x - 8y = 29, \\ y = 6,5 - 1,5x; \end{cases}$$

Підставляємо отриманий вираз замість змінної y в друге рівняння.

$$\begin{cases} 15x - 8(6,5 - 1,5x) = 23, \\ y = 6,5 - 1,5x; \end{cases}$$

Розв'яжемо перше рівняння системи (рівняння з однією змінною)

$$15x - 52 + 12x = 2;$$

$$27x = 81;$$

$$x = 3;$$

Повернемося до системи та знайдемо відповідне значення у

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 6,5 - 1,5 * 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$$

Відповідь: (3; 2)

Завдання 3

Розв'яжіть систему рівнянь з двома змінними способом підстановки

$$\begin{cases} 6(x - 2y) = 57 - 9y, \\ 8x + 3y = 5(2x + 1); \end{cases}$$

Розкриємо дужки

$$\begin{cases} 6x - 12y = 57 - 9y, \\ 8x + 3y = 10x + 5; \end{cases}$$

Перенесемо в ліву частину всі невідомі, а в праву відомі

$$\begin{cases} 6x + 9y - 12y = 57, \\ 8x - 10x + 3y = 5; \end{cases}$$

Зведемо подібні доданки

$$\begin{cases} 6x - 3y = 57, \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Одержали систему лінійних рівнянь з двома змінними. Розв'яжемо її способом підстановки.

$$\begin{cases} 6x - 3y = 57, \\ 3y - 5 = 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 3y = 57 \\ x = 1,5y - 2,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6(1,5y - 2,5) - 3y = 57 \\ x = 1,5y - 2,5 \end{cases}$$

$$9y - 15 + 3y = 57,$$

$$12y = 72,$$

$$y = 6;$$

Повернемось до системи рівнянь

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 9 - 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 6,5. \end{cases}$$

Відповідь: (6,5; 6)

Завдання 4

Задача. Після повернення з Німеччини Микола поклав до своєї скарбнички 4 євро 20 центовими та 5 центовими монетами. Скільки монет кожного виду в скарбничці, якщо в ній 26 монет?

Розв'язання

Нехай в скарбничці x 20 центових та y 5 центових монет. Усього ($x + y$), що за умовою задачі дорівнює 26 монет. А сума зібрана в скарбничці дорівнює ($20x + 5y$) центів, що за умовою задачі дорівнює 4 євро або 400 центів. Одержали систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 26, \\ 20x + 5y = 400; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 26 - 20x, \\ 20x + 5y = 400; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 26 - x, \\ 20x + 5 * (26 - x) = 400; \end{cases}$$

Розв'яжемо друге рівняння системи

$$20x + 130 - 5x = 400,$$

$$15x = 400 - 130,$$

$$15x = 270,$$

$$x = 18,$$

Повернемось до системи лінійних рівнянь з двома змінними

$$\begin{cases} x = 18, \\ y = 26 - 18; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 18, \\ y = 8. \end{cases}$$

Розв'язок системи (18; 8)

Відповідь: 18 монет по 20 центів

8 монет по 5 центів.

Отже,

**Алгоритм розв'язання системи лінійних рівнянь способом
підстановки**

1. Визначити рівняння в якому одну змінну зручніше виразити через іншу.
2. Виразити в обраному рівнянні одну змінну через іншу.
3. Підставити знайдений вираз в інше рівняння системи.
4. Розв'язати одержане рівняння з однією змінною.
5. Знайти відповідне значення іншої змінної.
6. Записати пару чисел, яка є розв'язком системи.