

1. Дано: $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$. Оцініть значення виразу:

1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{11}$; 3) $5 - \sqrt{11}$; 4) $\frac{5 - \sqrt{11}}{2}$.

Відповіді:

1) $3,3 < \sqrt{11} < 3,4 \mid \cdot 3$; 3) $3,3 < \sqrt{11} < 3,4 \mid \cdot (-1)$;

$9,9 < 3\sqrt{11} < 10,2$. $-3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \mid +5$;

$1,6 < 5 - \sqrt{11} < 1,7$.

2) $3,3 < \sqrt{11} < 3,4 \mid \cdot (-4)$; 4) $3,3 < \sqrt{11} < 3,4 \mid \cdot (-1)$;

$-13,6 < -4\sqrt{11} < -13,2$. $-3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \mid +5$;

$1,6 < 5 - \sqrt{11} < 1,7 \mid \cdot 0,5$;

$0,8 < \frac{5 - \sqrt{11}}{2} < 0,85$.

2. Дано: $0,5 \leq a \leq 3,2$. Оцініть значення виразу:

1) $2a - 1$; 3) $4 - 10a$; 5) $\frac{4a+1}{3}$;

2) $3a + 2$; 4) $\frac{a-1}{2}$; 6) $\frac{1-3a}{4}$.

Відповіді:

1) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid \cdot 2$; 3) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid \cdot (-10)$; 5) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid \cdot 4$;

$1 \leq 2a \leq 6,4$; $-32 \leq -10a \leq -5 \mid +4$; $2 \leq 4a \leq 12,8 \mid +1$;

$1 \leq 2a \leq 6,4 \mid + (-1)$; $-28 \leq 4 - 10a \leq -1$. $3 \leq 4a + 1 \leq 13,8 \mid \cdot \frac{1}{3}$;

$0 \leq 2a - 1 \leq 5,4$.

$1 \leq \frac{4a+1}{3} \leq 4,6$.

2) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid \cdot 3$; 4) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid -1$; 6) $0,5 \leq a \leq 3,2 \mid \cdot (-3)$;

$1,5 \leq 3a \leq 9,6$; $-0,5 \leq a - 1 \leq 2,2 \mid \cdot \frac{1}{2}$; $-9,6 \leq -3a \leq -1,5 \mid +1$;

$1,5 \leq 3a \leq 9,6 \mid +2$; $-0,25 \leq \frac{a-1}{2} \leq 1,1$. $-8,6 \leq 1 - 3a \leq -0,5 \mid \cdot \frac{1}{4}$;

$3,5 \leq 3a + 2 \leq 11,6$.

$-2,15 \leq \frac{1-3a}{4} \leq -0,125$.

3. Дано: $-1 \leq x \leq 2$, $1 \leq y \leq 4$. Оцініть значення виразу:

$$1) 2y + x; \quad 3) 4y - 3x; \quad 5) 2x \cdot 3y;$$

$$2) y - 2x; \quad 4) \frac{y-x}{4}; \quad 6) (2x - 3y):2.$$

Відповіді:

1) $1 \leq y \leq 4 \mid \cdot 2;$	3) $1 \leq y \leq 4 \mid \cdot 4;$	5) $-1 \leq x \leq 2 \mid \cdot 2;$
$2 \leq 2y \leq 8;$	$4 \leq 4y \leq 16; \quad (1)$	$-2 \leq 2x \leq 4; \quad (1)$
$-1 \leq x \leq 2;$	$-1 \leq x \leq 2 \mid \cdot (-3);$	$1 \leq y \leq 4 \mid \cdot 3;$
$1 \leq 2y + x \leq 10.$	$-6 \leq -3x \leq 3; \quad (2)$	$3 \leq 3y \leq 12; \quad (2)$
	<i>враховуємо, що</i>	$-2 \leq 2x \leq 4;$
	$a - b = a + (-b)$	$3 \leq 3y \leq 12;$
	$4 \leq 4y \leq 16;$	
	$+ \quad -6 \leq -3x \leq 3;$	$-6 \leq 2x \cdot 3y \leq 48.$
	$-2 \leq 4y - 3x \leq 19.$	
2) $-1 \leq x \leq 2 \mid \cdot (-2);$	4) $-1 \leq x \leq 2 \mid \cdot (-1);$	6) $-1 \leq x \leq 2 \mid \cdot 2;$
$-4 \leq -2x \leq 2;$	$-2 \leq -x \leq 1;$	$-2 \leq 2x \leq 4; \quad (1)$
<i>враховуємо, що</i>	<i>враховуємо, що</i>	$1 \leq y \leq 4 \mid \cdot (-3);$
$a - b = a + (-b)$	$a - b = a + (-b)$	$-12 \leq -3y \leq -3; \quad (2)$
$1 \leq y \leq 4;$	$1 \leq y \leq 4;$	<i>враховуємо, що</i>
$+ \quad -4 \leq -2x \leq 2;$	$+ \quad 2 \leq -x \leq 1;$	$a - b = a + (-b)$
		$-2 \leq 2x \leq 4;$
$-3 \leq y - 2x \leq 6.$	$3 \leq y - x \leq 5 \mid \cdot \frac{1}{4};$	$+ \quad -12 \leq -3y \leq -3;$
	$\frac{3}{4} \leq \frac{y-x}{4} \leq 1 \frac{1}{4}.$	
		$-14 \leq 2x - 3y \leq -1.$

4. Сторона куба a набуває значень: $2 \leq a \leq 3$. Оцініть периметр і площу однієї грані куба та його об'єм.

Відповіді:

$$P = 4a, \text{ отже, } 8 \leq 4a \leq 12, 8 \leq P \leq 12;$$

$$S = a^2, \text{ отже, } 4 \leq a^2 \leq 9;$$

$$V = a^3, \text{ отже, } 2 \leq a^3 \leq 3.$$

5. Порівняйте значення виразів: $0,3^{20}$ і $0,1^{10}$.

$$0,3^{20} = (0,3^2)^{10} = 0,09^{10};$$

застосуємо наслідок з теореми про почленне множення нерівностей

$$0,09^{10} < 0,1^{10}. \text{ Отже, } 0,3^{20} < 0,1^{10}.$$

6. Доведіть, що:

$$1) \sqrt{27} + \sqrt{65} > 13; \quad 2) \sqrt{65} - \sqrt{35} > 2.$$

Доведення:

1)

З'ясуємо, між якими цілими числами знаходяться числа $\sqrt{27}$ і $\sqrt{65}$

(оцінімо значення чисел $\sqrt{27}$ і $\sqrt{65}$):

$$\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36};$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81};$$

застосуємо теорему про почленне додавання нерівностей:

$$5 < \sqrt{27} < 6;$$

$$+ \underline{8 < \sqrt{65} < 9};$$

$$13 < \sqrt{27} + \sqrt{65} < 15.$$

Отже, $\sqrt{27} + \sqrt{65} > 13$ доведено.

2)

З'ясуємо, між якими цілими числами знаходяться числа $\sqrt{65}$ і $\sqrt{27}$

(оцінімо значення чисел $\sqrt{27}$ і $\sqrt{65}$):

$$\sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81};$$

$$\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{49};$$

застосуємо теорему про почленне додавання нерівностей:

$$8 < \sqrt{65} < 9;$$

$$+ \underline{-7 < -\sqrt{35} < -5};$$

$$1 < \sqrt{65} - \sqrt{35} < 4.$$

Отже, $\sqrt{65} - \sqrt{35} > 2$ доведено.

7. Порівняйте:

$$1) \sqrt{10} + \sqrt{6} \text{ і } \sqrt{11} + \sqrt{5}; \quad 2) \sqrt{15} - \sqrt{5} \text{ і } \sqrt{2}.$$

Відповіді:

Застосуємо наслідок з теореми про почленне множення нерівностей:

Якщо $a > b$ і a, b – додатні числа, то $a^n > b^n$, де n – натуральне число.

$$1) (\sqrt{10} + \sqrt{6})^2 = 10 + 2\sqrt{60} + 6 = 16 + 2\sqrt{60};$$

$$(\sqrt{11} + \sqrt{5})^2 = 11 + 2\sqrt{55} + 5 = 16 + 2\sqrt{55};$$

$$16 + 2\sqrt{60} > 16 + 2\sqrt{55}. \text{ Отже, } \sqrt{10} + \sqrt{6} > \sqrt{11} + \sqrt{5}.$$

$$2) (\sqrt{15} - \sqrt{5})^2 = 15 - 2\sqrt{75} + 5 = 20 - 2\sqrt{75} = 20 - 10\sqrt{3}; (\sqrt{2})^2 = 2;$$

Щоб порівняти значення отриманих числових виразів, знайдемо їхню різницю і порівняємо її з нулем.

$$20 - 10\sqrt{3} - 2 = 18 - 10\sqrt{3} = \sqrt{324} - \sqrt{300} > 0 \quad (\sqrt{324} > \sqrt{300}).$$

$$\text{Отже, } \sqrt{15} - \sqrt{5} > \sqrt{2}.$$

