



РОЗВ'ЯЗКИ ДО ТРЕНУВАЛЬНИХ ВПРАВ

Заняття №6 «Лінійні рівняння та їх системи як математичні моделі тестових задач»

1) Складіть математичну модель для наступних виразів:

Завдання	Розв'язок
сума чисел a та b в 4 рази більше за їх різницю.	$a + b = 4(a - b)$
у хлопчика було 14 монет по 5 та 10 гривень, всього на суму 115 грн.	$\begin{cases} x + y = 14, \\ 5x + 10y = 115. \end{cases}$

2) За 6 ручок і 5 олівців разом заплатили 12 грн 20 к. Скільки коштує одна ручка і скільки – один олівець, якщо 4 ручки дорожчі за 3 олівці на 1 грн 80к.?

Розв'язання

Нехай вартість ручки складає x грн, а олівця – y грн. За умовою відомо, що 6 ручок та 5 олівців разом коштують 12 грн 20к, маємо перше рівняння $6x + 5y = 12,2$.

Також відомо, що 4 ручки дорожчі за 3 олівці на 1 грн 80к, маємо друге рівняння $4x - 3y = 1,8$.

Складемо систему рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 12,2, \\ 4x - 3y = 1,8; \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему методом додавання:
$$\begin{cases} 6x + 5y = 12,2; \cdot 2 \\ 4x - 3y = 1,8; \cdot (-3) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 12x + 10y = 24,4, \\ -12x + 9y = -5,4; \end{cases}$$

$$19y = 19$$

$$y = 1$$

Підставимо значення $y = 1$ у друге рівняння системи:

$$4x - 3 \cdot 1 = 1,8$$

$$4x = 1,8 + 3$$

$$4x = 4,8$$

$$x = 1,2$$

Отже, вартість ручки – 1 грн 20 к, а олівця – 1 грн.

Відповідь: ціна ручки – 1 грн 20к, олівця – 1 грн.

3) Катер за 5 год руху за течією річки проходить на 70 км більше, ніж за 3 год руху проти течії. Знайдіть власну швидкість катера в стоячій воді і швидкість течії, якщо за 9 год руху по озеру він проходить стільки, скільки за 10 год руху проти течії річки.

Розв'язання

Нехай швидкість катера x км/год, тоді швидкість течії річки – y км/год. Визначаємо швидкість катера за течією річки $(x + y)$ км/год, та проти течії річки $(x - y)$ км/год.

Використовуючи формулу знаходження відстані $S = vt$ складемо систему рівнянь за умовою задачі

$$\begin{cases} 5(x + y) - 3(x - y) = 70, \\ 9x = 10(x - y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 5y - 3x + 3y = 70, \\ 9x = 10x - 10y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 70, \\ 10x - 9x = 10y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 70, \\ x = 10y; \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему методом підстановки: $\begin{cases} 2 \cdot 10y + 8y = 70, \\ x = 10y; \end{cases}$

$$28y = 70$$

$$y = 2,5$$

$$\begin{cases} y = 2,5, \\ x = 10 \cdot 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2,5, \\ x = 25 \end{cases}$$

Отже, власна швидкість катера становить 25 км/год, а швидкість течії – 2,5 км/год.

Відповідь: $V_{\text{катера}} = 25$ км/год, $V_{\text{течії}} = 2,5$ км/год.

4) Перший автомат за 3 год та другий за 2 год разом виготовляють 720 деталей. Четверта частина деталей, яку виготовляють обидва автомати за 2 год становить 150 штук. Скільки деталей виготовляє кожен автомат за годину?

Розв'язання

Нехай перший автомат за 1 год виготовляє x деталей, тоді другий автомат – y деталей.

За умовою задачі складемо систему двох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 720, \\ \frac{1}{4} \cdot 2(x + y) = 150; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 720, \\ \frac{1}{2}(x + y) = 150; | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 720, \\ x + y = 300; \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему методом підстановки: $\begin{cases} 3x + 2y = 720, \\ y = 300 - x; \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x + 2(300 - x) = 720, \\ y = 300 - x; \end{cases}$$

$$3x + 600 - 2x = 720$$

$$x = 720 - 600$$

$$x = 120$$

$$\begin{cases} x = 120, \\ y = 300 - 120; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 120, \\ y = 180. \end{cases}$$

Отже, перший автомат за 1 год виготовляє 120 деталей, а другий – 180 деталей.

Відповідь: перший – 120 д., другий – 180 д.