



## Теоретичний матеріал до заняття №3 на тему:

### **«Пропорція. Основна властивість пропорції»**

*Прочитайте*



*Знайдіть відношення чисел: 36 до 9; 24 до 6. Порівняйте ці відношення.*

$$36 : 9 = 4; \quad 24 : 6 = 4.$$

Ці відношення рівні, а тому можна записати:

$$36 : 9 = 24 : 6, \text{ або } \frac{36}{9} = \frac{24}{6}.$$

**Рівність двох відношень називають пропорцією.**

За допомогою букв пропорцію можна записати так:

$$a : b = c : d, \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

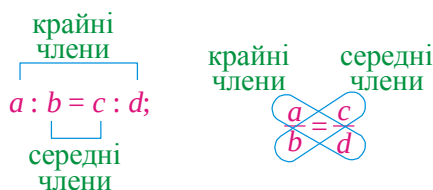
Ці записи читають:

«відношення  $a$  до  $b$  дорівнює відношенню  $c$  до  $d$ »,

« $a$ , поділене на  $b$ , дорівнює  $c$ , поділеному на  $d$ »,

« $a$  відноситься до  $b$ , як  $c$  відноситься до  $d$ ».

У пропорції  $a : b = c : d$   $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$  числа  $a$  і  $d$  називають *крайними членами* пропорції, а числа  $b$  і  $c$  — *середніми членами*.



Надалі вважатимемо, що всі члени пропорції відмінні від нуля.

Пропорція  $36 : 9 = 24 : 6$  правильна, оскільки значенням її лівої й правої частин є одне й те саме число 4.

*Знайдіть добутки крайніх і середніх членів цієї пропорції. Порівняйте їх.*

$$36 \cdot 6 = 216; \quad 9 \cdot 24 = 216.$$



**У правильній пропорції добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів.**

Цю властивість називають *основною властивістю пропорції*.

Отже, якщо пропорція  $a : b = c : d$   $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$  правильна, то  $ad = bc$ .

Правильно і навпаки: якщо добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх членів, то ця пропорція правильна.

Для правильної пропорції  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  з рівності  $ad = bc$  можна знайти будь-який член пропорції за правилом знаходження невідомого множника. Наприклад:

$$a = \frac{bc}{d}; \quad d = \frac{bc}{a},$$

де  $a$  і  $d$  — крайні члени пропорції,  $bc$  — добуток середніх членів пропорції. Маємо правило:



**Щоб знайти крайній член пропорції, потрібно добуток її середніх членів поділити на інший крайній член.**

Аналогічно

$$b = \frac{ad}{c}; \quad c = \frac{ad}{b}.$$



**Щоб знайти середній член пропорції, потрібно добуток її крайніх членів поділити на інший середній член.**

*Для тих, хто хоче знати більше*



З основної властивості пропорції випливає, що коли в правильній пропорції поміняти місцями середні члени або крайні члени, то отримаємо нові правильні пропорції. Так, якщо пропорція  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  правильна, то  $ad = bc$ . Тоді правильними будуть пропорції:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (поміняли місцями середні члени),}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (поміняли місцями крайні члени),}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ (поміняли місцями крайні та середні члени),}$$

бо в кожній з них добуток  $ad$  крайніх членів дорівнює добутку  $bc$  середніх членів.

Якщо  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  — правильна пропорція, то правильними будуть і пропорції

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (a \neq b, c \neq d).$$

### Приклади



1. Знайти невідомий член пропорції  $1,2 : x = 3 : 7$ .

За правилом знаходження середнього члена пропорції матимемо:

$$x = \frac{1,2 \cdot 7}{3}; x = 2,8.$$

2. Розв'язати рівняння: **а)**  $\frac{x+6}{15} = \frac{1,6}{3}$ ; **б)**  $\frac{5,6}{7} = \frac{1,68}{4y}$ .

**а)**  $x+6 = \frac{15 \cdot 1,6}{3}$ ;  $x+6 = 5 \cdot 1,6$ ;  $x+6 = 8$ ;  $x = 8 - 6$ ;  $x = 2$ ;

**б)**  $4y = \frac{7 \cdot 1,68}{5,6}$ ;  $4y = 2,1$ ;  $y = 2,1 : 4$ ;  $y = 0,525$ .