

Заняття № 3

Тема заняття: Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника.

Тип заняття: засвоєння нових знань і вмінь.

Цілі заняття:

 **формування предметних компетентностей:** сформувати поняття синуса, косинуса й тангенса гострого кута прямокутного трикутника; сформувати вміння застосовувати ці поняття до розв'язування задач;

 **формування ключових компетентностей:** формувати вміння доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію; сприяти усвідомленню важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів та позначень; сприяти самовихованню творчої активності, зацікавленості в пізнанні нового.

Пояснювальна записка до заняття.

Заняття № 3 складається з теоретичного матеріалу з теми «Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника», презентації, відео, практичних, інтерактивних, тестових завдань для самоконтролю знань з теми. Для більшої зацікавленості з даної тем пропонуємо вам ознайомитися з відео про силу тригонометрії у житті, презентацією про походження тригонометричних функцій. На слайдах 3-6 ви можете перевірити себе до готовності вивчення нової теми, а вже на слайдах 18-29 ви можете перевірити себе з метою контролю набутих знань, вмінь та навичок з теми.

Рекомендації щодо опрацювання заняття.

1. Вивчити теоретичні відомості про тригонометричні функції гострого кута прямокутного трикутника.
2. Переглянути презентацію до заняття № 2.
3. Ознайомитись із означенням синуса, косинуса, тангенса та котангенса гострого кута прямокутного трикутника, з означенням тригонометричної функції.
4. Зробити опорний конспект.

5. Вивчити основні поняття.
6. Розглянути приклади розв'язування завдань.
7. Розв'язати завдання з теми.
8. Відповісти на питання для самоконтролю.

Відомості про практичне застосування.

Наприкінці заняття учні зможуть формулювати означення синуса, косинуса, тангенса гострого кута прямокутного трикутника, знаходити на малюнках сторони прямокутного трикутника, відношення яких дорівнює синусу, косинусу, тангенсу вказаного гострого кута, застосовувати вивчені означення й властивості до розв'язування завдань.

Хід заняття

I. Актуалізація опорних знань.

- ✚ Зобразіть прямокутний трикутник ABC , у якому BC – гіпотенуза.
- ✚ Укажіть: 1) катет, прилеглий до кута B ; 2) катет, протилежний куту B .
- ✚ Запишіть відношення: 1) гіпотенузи і катетів; 2) двох катетів.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу.

Нехай дано прямокутний трикутник з катетами a і b , гіпотенузою c і гострим кутом α (рис. 1).

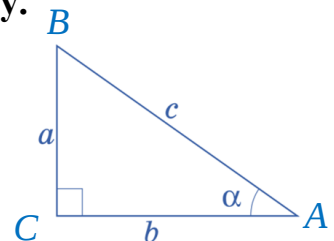


Рис. 1

1. Означення синуса гострого кута прямокутного трикутника.

Синусом гострого кута α прямокутного трикутника (позначається **$\sin \alpha$**) називається відношення протилежного катета до гіпотенузи:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{або} \quad \sin \angle A = \frac{BC}{AB}.$$

2. Означення косинуса гострого кута прямокутного трикутника.

Косинусом гострого кута α прямокутного трикутника (позначається **$\cos \alpha$**) називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{або} \quad \cos \angle A = \frac{AC}{AB}.$$

Оскільки катет прямокутного трикутника менший за гіпотенузу, то синус і косинус гострого кута менші за одиницю.

3. Означення тангенс гострого кута прямокутного трикутника.

Тангенсом гострого кута α прямокутного трикутника (позначається **$\operatorname{tg}\alpha$**) називається відношення протилежного катета до прилеглого:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}.$$

Окрім синуса, косинуса і тангенса, розглядають також котангенс.

Котангенсом гострого кута α прямокутного трикутника (позначається **$\operatorname{ctg}\alpha$**) називається відношення називається відношення прилеглого катета до протилежного:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} \quad \text{або} \quad \operatorname{ctg} \angle A = \frac{AC}{BC}.$$

4. Залежність синуса, косинуса, тангенса кута тільки від величини кута.

Якщо гострий кут одного прямокутного трикутника дорівнює гострому куту другого прямокутного трикутника, то синуси цих кутів рівні. Тобто, синус кута залежить тільки від величини цього кута. Аналогічно, косинус і тангенс кута залежить тільки від величини цього кута.

5. Означення тригонометричних функцій.

Функцію, яка відповідає залежності синусів (косинусів, тангенсів) гострих кутів від цих кутів називають **тригонометричною**.

6. Таблиця значень тригонометричних функцій.

Градуси	$\sin \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\operatorname{ctg} \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\cos \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	Градуси
0	0,000	0,000	—	1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
Градуси	$\cos \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\operatorname{ctg} \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\sin \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	Градуси

Градуси	$\sin \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\operatorname{ctg} \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	$\cos \alpha$ $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	Градуси
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,174	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,213	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,335	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,384	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,475	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,407	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,906	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,510	1,963	0,891	63
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1,732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,602	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,280	0,788	52
39	0,629	0,810	1,235	0,777	51
40	0,643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,869	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	0,743	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
Градуси	$\cos \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\operatorname{ctg} \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\sin \alpha$ $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	Градуси

III. Осмислення нового матеріалу.

1. Приклади розв'язання та оформлення завдань.

Завдання 1. Знайдіть синус, косинус і тангенс найменшого кута египетського трикутника.

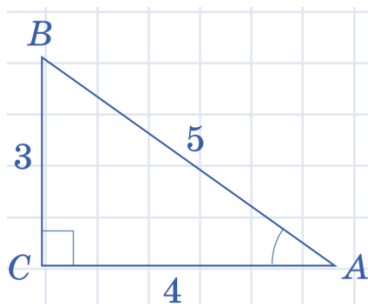


Рис. 2

Розв'язання.

Нехай у трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, $AC = 4$ (рис. 2). Оскільки в трикутнику найменший кут лежить проти найменшої сторони, то кут A — найменший кут трикутника ABC .

За означенням: $\sin A = \frac{BC}{AB}$, тобто $\sin A = \frac{3}{5} = 0,6$;

$\cos A = \frac{AC}{AB}$, тобто $\cos A = \frac{4}{5} = 0,8$;

$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$, тобто $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4} = 0,75$;

Відповідь. 0,6; 0,8; 0,75.

Завдання 2. У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$ см, $\cos A = \frac{3}{4}$. Знайдіть AB .

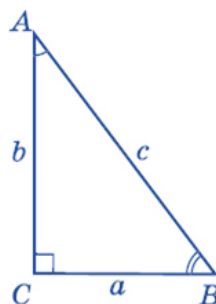


Рис. 3

Розв'язання.

Скористаємося рисунком 3.

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = 12 : \frac{3}{4} = 16 \text{ (см)}$$

Відповідь. 16 см.

Завдання 3. Побудуйте кут, синус якого дорівнює $\frac{2}{3}$.

Розв'язання.

Обираємо деякий одиничний відрізок (1 мм, 1 см, 1 дм). Будуємо прямокутний трикутник катет BC якого дорівнює 2 одиничним відрізкам, а гіпотенуза AB – 3 (рис.3). Кут A , який лежить проти катета BC , – шуканий, оскільки $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$.

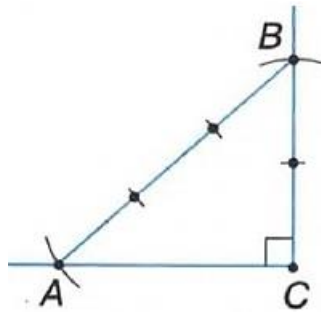


Рис. 4

2. Завдання для самостійного опрацювання.

Завдання 4. Знайдіть, користуючись рисунком (рис. 5) $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$, $\sin \beta$, $\cos \beta$.

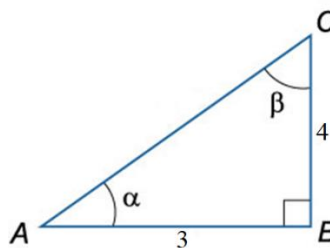


Рис. 5

Завдання 5. Знайти синус, косинус і тангенс гострих кутів A і C прямокутного трикутника ABC , якщо $AC=25$ см і $AB=7$ см.

Завдання 6. Побудуйте кут A , якщо: 1) $\cos A = \frac{3}{5}$; 2) $\sin A = \frac{5}{6}$; 3) $\operatorname{tg} A = \frac{1}{2}$.

Завдання 7. Катет і гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнюють 15 см і 17 см. Знайдіть:

- 1) синус гострого кута, що лежить проти більшого катета;
- 2) косинус гострого кута, що лежить проти більшого катета;
- 3) тангенс гострого кута, що лежить проти меншого катета.

Завдання 8. Знайти $\operatorname{tg} \alpha$ і $\sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ і $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Завдання 9. Знайти $\operatorname{tg} \alpha$ і $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ і $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Завдання 10. Знайти $\cos \alpha$ і $\sin \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ і $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

IV. Підсумки заняття.

1. Питання для самоперевірки.

✚ Дайте означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута прямокутного трикутника.

✚ Поясніть, чому синус, косинус і тангенс гострого кута залежить від градусної міри і не залежить від розмірів трикутника.

✚ Поясніть, як побудувати кут за даним значенням його синуса.

✚ Чи завжди косинус одного гострого кута прямокутного трикутника дорівнює синусу другого гострого кута?

2. Експрес-контроль.

Для проходження швидкого експрес-контролю виконайте завдання за посиланням на Google Forms: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf8-c8_OVhF2MI4ySNDgUVNPDRuxjy0OJw8_8t9fEMoe83KVQ/viewform

Якщо ви маєте проблеми із роботою за поданим посиланням, виконайте ці ж завдання, які розташовано нижче:

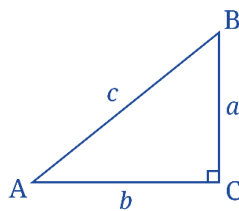


Рис. 6

1) ABC – прямокутний ($\angle C = 90^\circ$), $AB = 13$ см, $AC = 5$ см (рис. 6). Знайдіть катет BC .

- А) 9 см Б) 11 см В) 10 см Г) 12 см

2) ABC – прямокутний ($\angle C = 90^\circ$), $AB = 13$ см, $AC = 5$ см (рис. 6). Знайдіть $\cos A$.

- А) $\frac{5}{13}$ Б) $\frac{12}{13}$ В) $\frac{5}{12}$ Г) $\frac{12}{5}$

3) ABC – прямокутний ($\angle C = 90^\circ$), $AB = 13$ см, $AC = 5$ см (рис. 6). Знайдіть $\operatorname{tg} B$.

- А) $\frac{5}{13}$ Б) $\frac{12}{13}$ В) $\frac{5}{12}$ Г) $\frac{12}{5}$

4) У прямокутному трикутнику ABC $\sin \alpha = \frac{4}{9}$, $BC = 8$ см (рис. 7). Знайдіть довжину гіпотенузи AB .

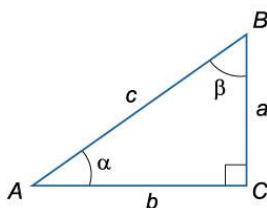


Рис. 7

5) Бічна сторона і більша основа рівнобічної трапеції дорівнюють відповідно 10 см і 18 см, висота трапеції 8 см. Обчисліть тангенс кута, утвореного діагоналлю та більшою основою трапеції.

1	2	3	4	5
2 бали	2 бали	2 бали	3 бали	3 бали

3. Самостійна робота.

Для більш якісного засвоєння матеріалу пройдіть тест за посиланням:

<https://online.hneu.edu.ua/mod/quiz/view.php?id=11049>

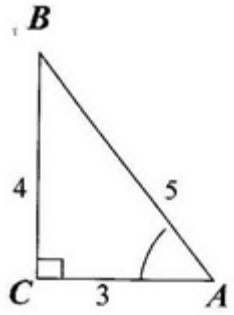
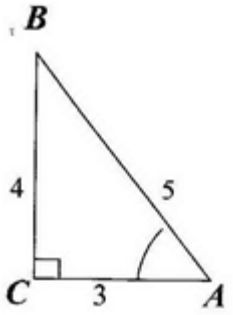
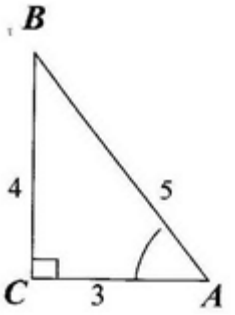
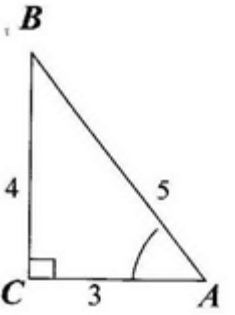
4. Інтерактивні вправи.

✚ Дізнайтесь правильне твердження чи ні. Для перевірки правильності завдання, виконайте його на сайті LearningApps:

<https://learningapps.org/display?v=p1wzigwpk20>

$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$	$\operatorname{ctg} \beta = \frac{a}{b}$	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{c}$
$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c}{b}$
$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{c}$	$\operatorname{ctg} \beta = \frac{a}{c}$

Пригадайте, що таке синус, косинус, тангенс та котангенс. Для перевірки правильності завдання, виконайте його на сайті LearningApps: <https://learningapps.org/display?v=pidv1rs0j20>

 $\dots A = \frac{3}{4}$	 $\dots A = \frac{4}{5}$	 $\dots A = \frac{3}{5}$	 $\dots A = \frac{4}{3}$
Відношення протилежного катета до гіпотенузи.	Відношення прилеглого катета до гіпотенузи.	Відношення протилежного катета до прилеглого катета.	Відношення прилеглого катета до протилежного катета.

V. Домашнє завдання.

Опрацювати матеріали, що знаходяться в папці «Заняття № 3» та § 19 п. 19.1 (сторінки 205-207 підручника «Геометрія 8 клас» (авт. А.П. Єршова, В.В. Голобородько, С. В. Єршов, О. Ф. Крижановський).