

Заняття № 2

Тема заняття: Перпендикуляр і похила, її властивості.

Тип заняття: засвоєння нових знань і вмінь.

Цілі заняття:

 **формування предметних компетентностей:** сформувати поняття перпендикуляра, похилої, проекції на пряму; домогтися засвоєння їх властивостей; сформувати вміння розв'язувати задачі, які передбачають застосування означення та властивостей перпендикуляра, похилої та їх проекцій;

 **формування ключових компетентностей:** формувати вміння абстрактно мислити, виділяти головне в досліджуваному матеріалі; сприяти самовихованню вміння організовувати свою навчальну діяльність.

Пояснювальна записка до заняття:

Заняття № 2 складається з теоретичного матеріалу з теми «Перпендикуляр і похила, її властивості», презентацій, практичних, тестових завдань для самоконтролю знань з теми. З метою для більшої зацікавленості з даної тем пропонуємо вам ознайомитися з презентацією «Перпендикуляр та похила у житті». На слайдах 3-7 ви можете перевірити себе до готовності вивчення нової теми, а вже на слайдах 17-25 ви можете перевірити себе з метою контролю набутих знань, вмінь та навичок з теми.

Рекомендації щодо опрацювання заняття:

1. Вивчити теоретичні відомості про перпендикуляр і похилу, їх властивості.
2. Переглянути презентацію «Перпендикуляр і похила, їх властивості» та презентацію «Перпендикуляр та похила у житті»
3. Ознайомитись із означенням похилої, проекції похилої на пряму та властивостями перпендикуляра, похилих та їх проекцій.
4. Зробити опорний конспект.
5. Вивчити основні поняття.
6. Розглянути приклади розв'язування задач.

7. Розв'язувати завдання, які пропонуються.
8. Відповісти на питання для самоконтролю.
9. Виконати тестові завдання з теми.

Відомості про практичне застосування.

Наприкінці заняття учні зможуть пояснювати, що таке похила та її проекція, формулювати властивості перпендикуляра і похилої, застосовує вивчені означення й властивості до розв'язування задач, зокрема практичного змісту.

Хід заняття

I. Актуалізація опорних знань.

✚ Які прямі називають перпендикулярними?

✚ Катети одного трикутника дорівнюють 5 см і 12 см, а другого – 12 см і 16 см. Гіпотенуза якого із трикутників більша? Чи можна дати відповідь на запитання, не виконуючи обчислень?

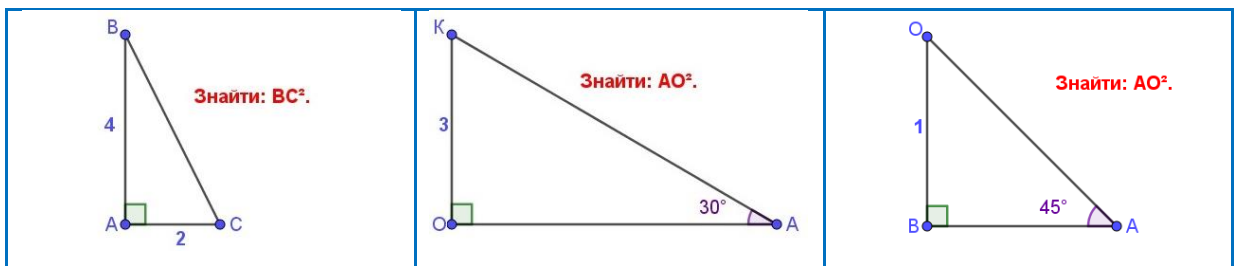
✚ Що називають перпендикуляром, проведеним із точки до прямої?

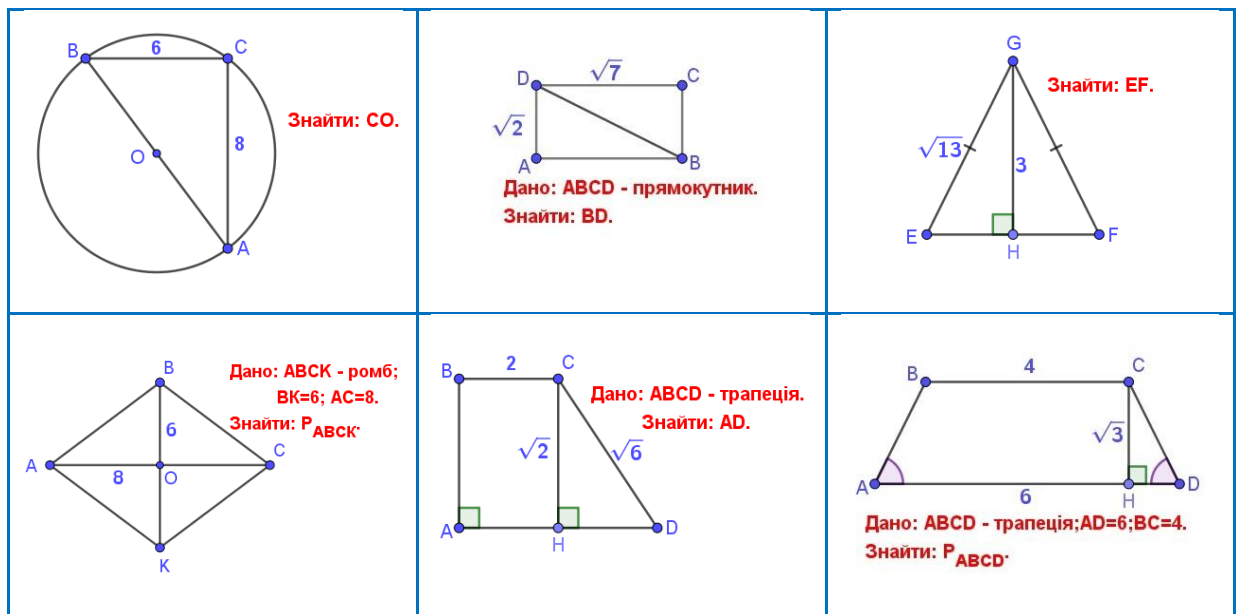
✚ Яке із наведених тверджень неправильне?

- 1) Довжина відрізка є додатним числом?
- 2) У прямокутному трикутнику довжина гіпотенузи більша за довжину будь-якого з катетів.
- 3) Відстань від точки до прямої – це довжина перпендикуляра, проведеного з точки до прямої.
- 4) Із точки A до прямої m можна провести безліч перпендикулярів.

✚ Знайдіть невідомі елементи використовуючи теорему Піфагора. Для перевірки правильності завдання, впишіть відповіді на сайті LearningApps:

<https://learningapps.org/display?v=p9w474an320>

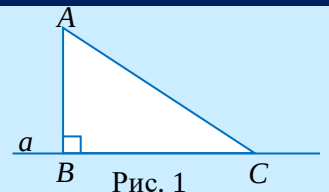




II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу.

1. Означення похилої, проведеної з точки до прямої.

Нехай точка A не лежить на прямій a ,
 AB – **перпендикуляр** до цієї прямої, точка
 B – **основа перпендикуляра** (рис. 1).



Будь-який відрізок, який сполучає точку A з точкою прямої a і не збігається з перпендикуляром, називають **похилою до прямої a** .

Відрізок AC – **похила до прямої a** , а точка C – **основа похилої**.

2. Означення проекції похилої на пряму.

Відрізок прямої a , обмежений основами перпендикуляра і похилої, називають **проекцією похилої на подану пряму**.

Відрізок BC – **проекція похилої AC на пряму a** .

3. Властивості перпендикуляра, похилих та їх проекцій.

Розглянемо властивості перпендикуляра і похилої:

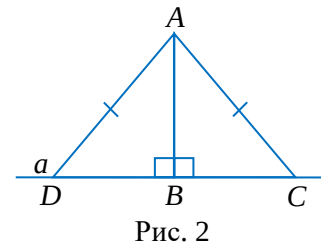
1) *Перпендикуляр, проведений з точки до прямої, менший від будь-якої похилої, проведеної із цієї точки до цієї прямої.*

Дійсно на рис. 2, у прямокутному трикутнику ABC AB – катет, AC – гіпотенуза. Тому $AB < AC$.

2) Якщо дві похилі, проведені з точки до прямої між собою рівні, то рівні між собою і їх проекції.

Нехай з точки A до прямої a проведено похилі AC і AD ($AC=AD$) і перпендикуляр AB (рис. 2). Тоді $\triangle ABC = \triangle ABD$ (за катетом і гіпотенузою), а тому $BC = BD$.

Правильним є і обернене твердження.



3) Якщо проекції двох похилих, проведених з точки до прямої, між собою рівні, то рівні між собою і самі похилі.

$\triangle ABC = \triangle ABD$ (за двома катетами), тому $AC=AD$ (рис. 2).

4) З двох похилих, проведених з точки до прямої, більшою є та, у якій більша проекція.

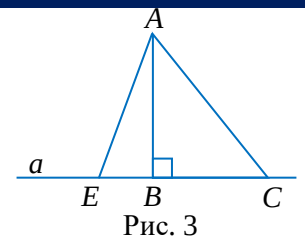
Нехай AC і AE похилі, $BC > BE$ (рис. 3).

Тоді $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (із $\triangle ABC$), $AE^2 = AB^2 + BE^2$ (із $\triangle ABE$).

Але $BC > BE$, тому $AC^2 > AE^2$, отже $AC > AE$.

Властивість справджується і в тому випадку, коли точку C і E розміщені по один їх бік від точки B .

Правильним є і обернене твердження.



5) З двох похилих, проведених до прямої, більша похила має більшу проекцію.

Нехай AC і AE похилі, $AC > AE$ (рис. 3).

Тоді $BC^2 = AC^2 - AB^2$ (із $\triangle ABC$), $BE^2 = AE^2 - AB^2$ (із $\triangle ABE$).

Але $AC > AE$, тому $BC^2 > BE^2$, отже $BC > BE$.

III. Осмислення нового матеріалу.

1. Приклади розв'язання та оформлення завдань.

Завдання 1. З точки до прямої проведено дві похилі. Довжина однієї з них дорівнює 10 см, а її проекції – 6 см. Знайдіть довжину другої похилої, якщо вона утворює з прямою кут 30° .

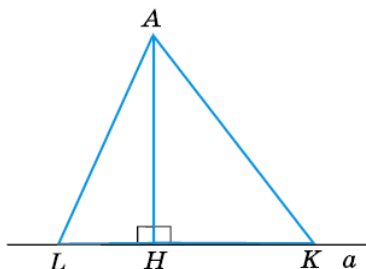


Рис. 4

Розв'язання.

Нехай на рисунку (рис. 4) $AL = 10$ см, $HL = 6$ см, $\angle AKH = 30^\circ$.

1) Із $\triangle AHL$: $AH = \sqrt{AL^2 - LH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (см).

2) Із $\triangle AHK$ за властивістю катета, що лежить проти кута 30° , матимемо:
 $AH = \frac{AK}{2}$.

Тому $AK = 2 \cdot AH = 2 \cdot 8 = 16$ (см).

Відповідь. 16 см.

Завдання 2. З точки до прямої проведено дві похилі, проекції яких дорівнюють 30 см і 9 см. Знайдіть довжини похилих, якщо їх різниця дорівнює 9 см.

Розв'язання.

Нехай на рисунку (рис. 4) $KH = 30$ см, $HL = 9$ см.

За властивістю 4: $AK > AL$. Позначимо $AL = x$ см. Тоді $AK = (x + 9)$ см.

Із $\triangle AHL$: $AH^2 = AL^2 - LH^2$, тому $AH^2 = x^2 - 9^2$.

Із $\triangle AHK$: $AH^2 = AK^2 - HK^2$, тому $AH^2 = (x + 9)^2 - 30^2$.

Ліві частини отриманих рівностей рівні, отже, рівні і праві їх частини.

Маємо рівняння: $(x + 9)^2 - 30^2 = x^2 - 9^2$, звідки $x = 41$.

Отже, $AL = 41$ (см), $AK = 41 + 9 = 50$ (см).

Відповідь. 41 см, 50 см.

2. Завдання для самостійного опрацювання.

Завдання 4. Із точки, що знаходиться на відстані 6 см від прямої, проведено дві рівні похилі до цієї прямої. Відстань між основами похилих дорівнює 16 см. Знайдіть довжину похилих.

Завдання 5. Із точки до прямої проведено дві похилі, довжина однієї з них дорівнює 26 см, а довжина її проекції – 24 см. Знайдіть довжину другої похилої, якщо вона утворює з прямою кут 45° .

Завдання 6. Із точки до прямої проведено дві похилі, довжини яких дорівнюють 5 см і 7 см, а різниця їх проекцій дорівнює 4 см. Знайдіть відстань між основами похилих.

Завдання 7. Із точки до прямої проведено дві похилі, одна з яких на 3 см довша за іншу. Знайдіть довжини цих похилих, якщо довжини їх проекцій дорівнюють 5 см і 7 см.

Завдання 8. Із точки до прямої проведено дві похилі, довжини яких дорівнюють 12 см і 8 см. Знайдіть відстань від точки до прямої, якщо проекції цих похилих на цю пряму відносяться як 7:3.

IV. Підсумки заняття.

1. Питання для самоперевірки.

-  Що називають похилою, проведеною з точки до прямої?
-  Що називають основою похилої?
-  Що називають проекцією похилої?
-  Які прямі називають перпендикулярними?
-  Сформулюйте властивості похилих та їх проекцій.

Для більш впевненості в опануванні матеріалом пройдіть тестові завдання.

2. Експрес-контроль.

Для проходження швидкого експрес-контролю виконайте завдання за посиланням на Google Forms:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd5tqaBJrKpB_G_ROSSEWn_3aUy-aQ80Zylzeriri5AqUWtrA/viewform

Якщо ви маєте проблеми із роботою за поданим посиланням, виконайте ці ж завдання, які розташовано нижче:

1) З точки до прямої проведено перпендикуля задовжки 1 см і похилу. Знайдіть довжину похилої, якщо її проекція дорівнює $\sqrt{3}$ см.

- А) 1 см Б) $\sqrt{2}$ см В) $\sqrt{3}$ см Г) 2 см

2) За рисунком (рис. 5) визначте перпендикуляр, проведений з точки А до прямої DC.

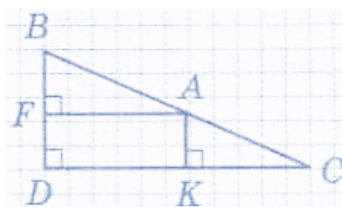


Рис. 5

- А) AF Б) AB В) AK Г) AC

3) Визначте, скільки різних похилих заданої довжини до даної прямої можна провести з точки, яка не лежить на цій прямій.

- А) Жодної Б) Одну В) Дві Г) Безліч

4) На рисунку (рис. 6) BC — діаметр, AB — хорда. Знайдіть відстань від точки C до прямої AB, якщо CO=13, AB=24.

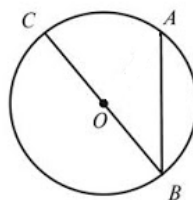


Рис. 6

5) З точки до прямої проведено перпендикуляр завдовжки 1 см і дві похилі завдовжки $\sqrt{2}$ см і $\sqrt{5}$ см. Знайдіть відстань між основами похилих.

1	2	3	4	5
2 бали	2 бали	2 бали	3 бали	3 бали

V. Домашнє завдання.

Опрацювати матеріали, що знаходяться в папці «Заняття № 2» та § 13 п. 13.3 (сторінки 131 підручника «Геометрія 8 клас» (авт. А.П. Єршова, В.В. Голобородько, С. В. Єршов, О. Ф. Крижановський).