



Квадратні рівняння

підсумковий конспект

Квадратне рівняння це рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$,
де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$.

Числа a, b та c називають коефіцієнтами

a – перший коефіцієнт ($a \neq 0$)

b – другий коефіцієнт

c – третій коефіцієнт або вільний член (бо він вільний від невідомої змінної x)

Основна формула для розв'язування квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$\text{якщо } D > 0, \text{ то } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$$

$$\text{якщо } D = 0, \text{ то } x = \frac{-b}{2a};$$

якщо $D < 0$, то рівняння коренів немає.

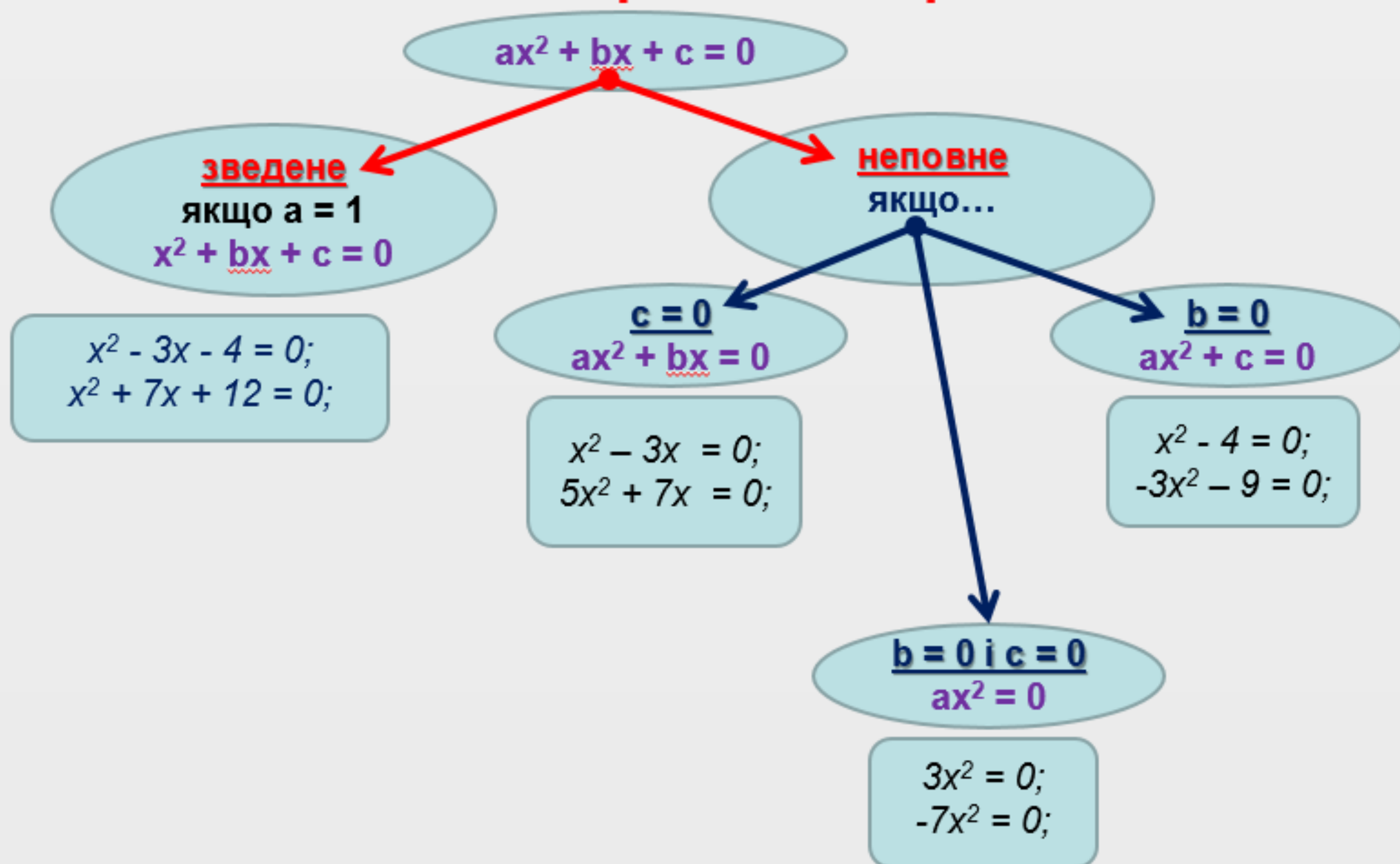
Квадратне рівняння це рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$,
де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$.

Додаткову (другу) формулу
зручно застосовувати, якщо другий коефіцієнт – парний.

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

Види квадратних рівнянь



Неповні квадратні рівняння розв'язують так

$$\frac{ax^2 + bx = 0}{c = 0}$$

виносимо спільний множник
за дужки

$$x(ax + b) = 0;$$

$$x = 0 \text{ і } x = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{ax^2 = 0}{b = 0 \text{ і } c = 0}$$

$$x = 0$$

$$\frac{ax^2 + c = 0}{b = 0}$$

переносимо вільний член
в праву частину
 $ax^2 = -c$;
ділимо на перший коефіцієнт

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

якщо...

$$-\frac{c}{a} < 0$$

немає
коренів

$$-\frac{c}{a} > 0$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Зведене квадратне рівняння

Зведеним називається квадратне рівняння виду
 $x^2 + px + q = 0$.

Якщо обидві частини
стандартного квадратного рівняння
розділити на a , то отримаємо

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Замінюючи $\frac{b}{a} = p; \frac{c}{a} = q$,

матимемо $x^2 + px + q = 0$.

Теорема Вієта

Якщо зведене квадратне рівняння $x^2+px+q=0$ має дійсні корені, то їх сума дорівнює $-p$, а добуток дорівнює q , тобто

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Інше формулювання: сума коренів зведеного квадратного рівняння дорівнює другому коефіцієнту, взятому з протилежним знаком, а їх добуток дорівнює вільному члену.

Розв'яжемо рівняння $3x^2 - 18x + 24 = 0$ за теоремою Вієта:
по-перше зведемо подане рівняння (розділимо обидві частини рівняння на 3),
отримаємо: $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$x_1 \cdot x_2 = 8$$

$$1 \cdot 8 = 8 \text{ або } 2 \cdot 4 = 8$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$2 + 4 = 6$$

Відповідь: $x_1=2$, $x_2=4$.