

Заняття №6

Теорема Вієта. Теорема,
обернена до теореми Вієта

ВЧОРА



Ви навчилися розв'язувати квадратні рівняння різними способами, у тому числі за допомогою спеціальних формул

СЬОГОДНІ



Ви дізнаєтеся, як можна підбирати корені квадратного рівняння

ЗАВЖДИ



Ви зможете розв'язувати квадратні рівняння, використовуючи цікаві властивості їх коефіцієнтів



ФРАНСУА ВІЄТ

відомий французький
математик

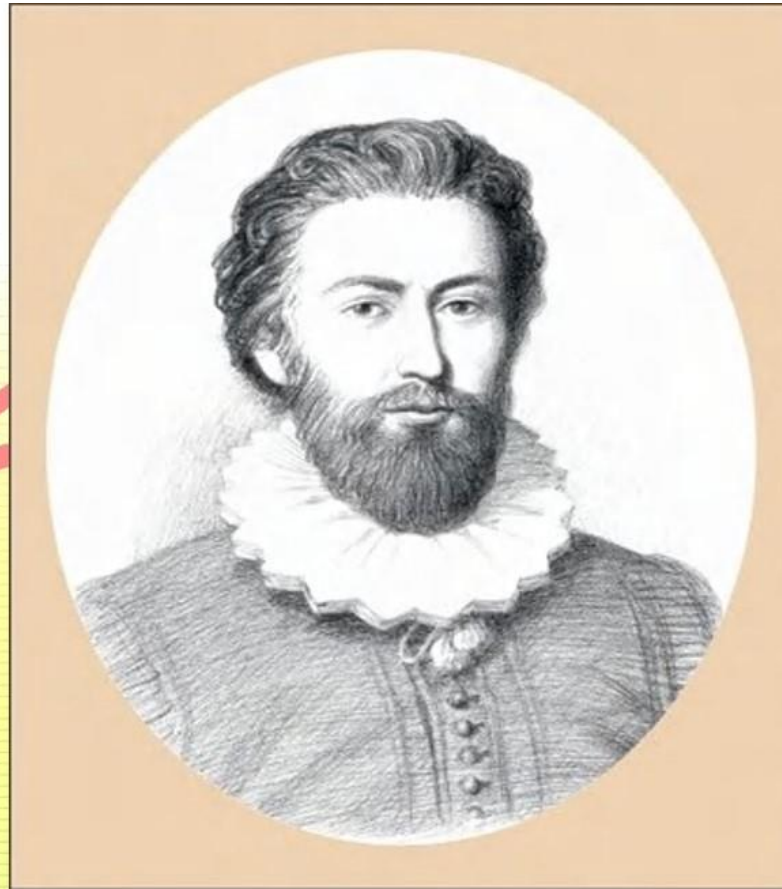
Народився в 1540 році на півдні
Франції у невеличкому містечку
Фонте-ле-Конт провінції Пуату-
Шарант (60 км від знаменитої
фортеці Ла Рошель)



Батько Вієта був прокурором, тому, отримавши юридичну освіту, **1560 року** 20-річний Франсуа почав свою адвокатську кар'єру в рідному місті.

А через три роки перейшов на службу у відому гугенотську сім'ю де Партене секретарем голови знатного сімейства і вчителем 12-річної доньки Катерини.

Саме з цього часу він почав найбільше цікавитися математикою...



*Франсуа Вієт
(1540-1603)*

БЛИСКУЧА КАР'ЄРА



Генріх III



Генріх IV

- **1571 рік** – перейшов на державну службу, ставши радником парламенту у Бретані;
- **1580 рік** - знайомство з **Генріхом Наварським**, майбутнім королем Франції Генріхом III, допомогло Вієту отримати придворну посаду – таємного радника – спочатку короля Генріха III, а потім – і Генріха IV.

СЛАВА ВІЄТА ПІД ЧАС ФРАНКО-ІСПАНСЬКОЇ ВІЙНИ



Франсуа Виєт (1540-1603)

Вороги короля Франції, іспанські інквізитори, в Нідерландах для таємного листування з іспанським двором вигадали складний шифр (біля 600 знаків), який постійно змінювався і доповнювався. Ніхто не міг його розшифрувати. Король звернувся до Вієта. Франсуа Вієт працював два тижні, вдень і вночі, і знайшов ключ до шифру!



ПОКЛИЧТЕ ВІЄТА!

Жовтень 1594 р. – король Генріх IV приймав нідерландського посла. Голландський математик Адріан ван-Роумен задав задачу математикам світу виключаючи Францію (розв'язати рівняння 45-го степеня)

«Ви помиляєтесь! У мене є математик, і досить видатний.

Покличте Вієта!»

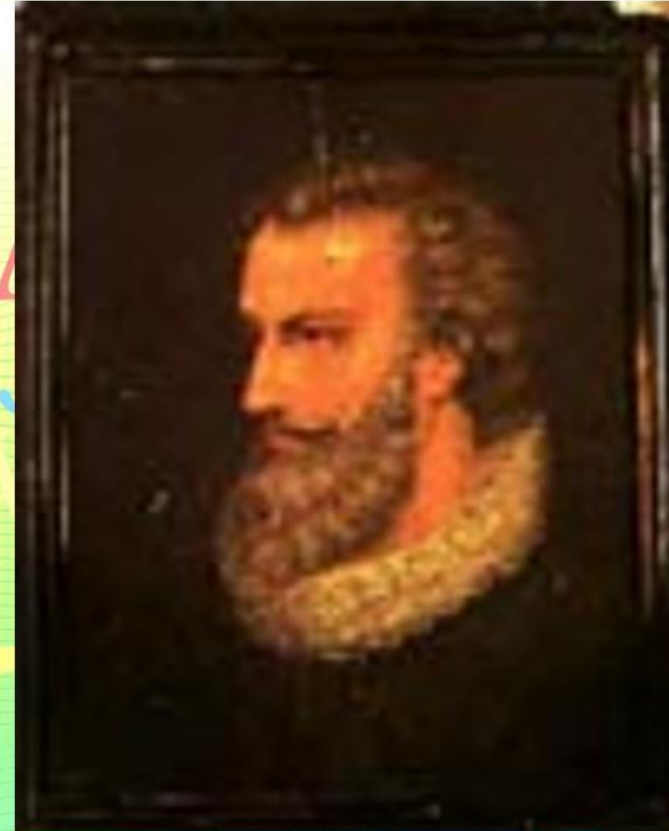
Вієт прочитав листа і тут же написав один з розв'язків рівняння, а наступного дня надіслав ще 22 розв'язки (знайшов усі додатні корені цього складного рівняння!).

Крім того, 54-річний Вієт виявив помилку в умові, що була допущена під час переписування, і виправив її.



ФРАНСУА ВІЄТ

У мемуарах деяких придворних Франції є вказівка, що Вієт був одружений, що в нього була дочка, єдина спадкоємиця маєтку, по якому Вієта звали сеньйор де ла Біготьє. У придворних новинах маркіз Летуаль писав: "4 лютого 1603 р. пан Вієт, рекетмейстер, людина великого розуму й міркування й один із самих учених математиків століття помер у Парижі. Йому було більше шестидесяти років".





КЛЮЧОВІ ТЕРМІНИ

- ❖ *квадратний тричлен;*
- ❖ *квадратне рівняння ;*
- ❖ *коефіцієнти квадратного рівняння;*
- ❖ *сума коренів квадратного рівняння;*
- ❖ *добуток коренів квадратного рівняння;*
- ❖ *теорема Вієта.*

ДОВЕДЕННЯ ТЕОРЕМИ ВІЄТА

Розв'яжемо рівняння $x^2 + px + q = 0$, де старший коефіцієнт $a=1$, другий коефіцієнт $b=p$, вільний член $c=q$. Тоді $D = b^2 - 4ac = p^2 - 4q$. Розглянемо випадок, коли $D > 0$, тобто рівняння має два корені. Тоді $x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$, $x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$.

Сума коренів:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p.$$

Добуток коренів:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-(p + \sqrt{D})}{2} = \\ &= \frac{(p - \sqrt{D})(p + \sqrt{D})}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{p^2 - p^2 + 4q}{4} = \frac{4q}{4} = q. \end{aligned}$$

Отже, для зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$:
 $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$. Теорему доведено.

ДОВЕДЕННЯ ТЕОРЕМИ, ОБЕРНЕНОЇ ДО ТЕОРЕМИ ВІЄТА

Оскільки $x_1 + x_2 = -p$, то $p = -(x_1 + x_2)$; підставимо в рівняння $x^2 + px + q = 0$ замість p і q відповідні вирази. Отримаємо:
 $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$; $x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1x_2 = 0$.

Скористаємося способом групування:

$$(x^2 - x_1 \cdot x) + (-x_2 \cdot x + x_1x_2) = 0; \quad x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0.$$

Винесемо за дужки спільний множник $(x - x_1)$. Звідси:
 $(x - x_1)(x - x_2) = 0$. Добуток $(x - x_1)(x - x_2)$ дорівнює нулю, якщо $x - x_1 = 0$, тобто $x = x_1$, або $x - x_2 = 0$, тобто $x = x_2$. Таким чином, x_1 і x_2 є коренями рівняння.

Теорему доведено.

“ Ніколи
не втрачай терпіння -
це останній ключ,
який відчиняє двері ”

Антуан де Сент-Екзюпері