



Головна ідея



Багато чого з математики не залишається в пам'яті, але коли зрозумієш її, тоді легко при нагоді згадати призабуте

М.В.Остроградський



АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Білборд площею 18 м^2 має форму прямокутника, ширина і довжина якого дорівнюють відповідно $(x - 1,5)$ м та $(x + 1,5)$ м. Визначте, чи можна помістити білборд на стіну, яка має розміри $4 \times 6,2$ м. Розв'язання:

За умовою сторони прямокутника дорівнюють відповідно $(x - 1,5)$ м та $(x + 1,5)$ м, а площа S білборда становить 18 м^2 , тобто $S = (x - 1,5)(x + 1,5) = 18$. Отже, маємо рівняння: $(x - 1,5)(x + 1,5) = 18$. Тоді $x^2 - 2,25 = 18$.

Отримане рівняння називають неповним квадратним рівнянням. Спосіб розв'язування схожих рівнянь тобі відомий: $x^2 = 2,25 + 18$; $x^2 = 20,25$; $x_{1,2} = \pm 4,5$.

Оскільки рівняння має два розв'язки, то визначимо, чи обидва знайдені корені задовольняють умову задачі. За умовою найменша сторона прямокутника дорівнює значенню виразу $(x - 1,5)$, тобто має виконуватись умова: $x - 1,5 > 0$, звідки $x > 1,5$. Корінь $x = -4,5$ не задовольняє умову задачі. Отже, $x = 4,5$, тоді розміри білборда 3×6 м, тому можна зробити висновок, що білборд поміститься на стіну розміром $4 \times 6,2$ м.

Ви уже знаєте, що у квадратному рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ коефіцієнт a завжди відмінний від нуля, а коефіцієнти b і c можуть дорівнювати нулю.

Означення 1. Квадратне рівняння називають неповним, якщо хоча б один із його коефіцієнтів, крім старшого, або обидва ці коефіцієнти дорівнюють нулю, тобто або $b=0$, або $c=0$, або $b=c=0$.



Наприклад, $x^2 + 9x = 0$, $5x^2 - 125 = 0$, $4x^2 = 0$.

Розглянемо окремо всі випадки неповних квадратних рівнянь.

1. $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, b \neq 0, c = 0$.

У цьому випадку (якщо $c = 0$) рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ набуває вигляду $ax^2 + bx = 0$

СЛІД ЗНАТИ!



Алгоритм розв'язування рівнянь вигляду $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, c = 0$)

1. Визначіть коефіцієнти заданого квадратного рівняння.

2. Винесіть спільний множник за дужки, щоб отримати рівняння $x(ax + b) = 0$.

3. Скористайтесь правилом рівності добутку нулю (добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю). Таким чином, рівняння $x(ax + b) = 0$ рівносильне сукупності двох рівнянь: $x = 0$ або $ax + b = 0$.

4. Розв'яжіть кожне з отриманих лінійних рівнянь

5. Запишіть відповідь: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$.

АЛГОРИТМ



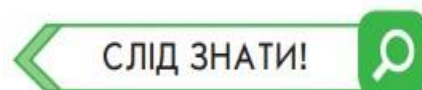
Вправа 1. Розв'яжіть рівняння $4x^2 - 3x = 0$.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Визначимо коефіцієнти заданого квадратного рівняння.	$a = 4, b = -3, c = 0$

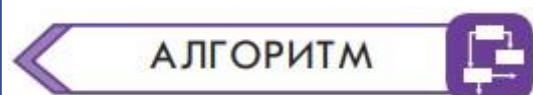
2.	Винесемо спільний множник x за дужки.	$x(4x - 3) = 0$
3.	Скористаємося правилом рівності добутку нулю.	$x = 0$ або $4x - 3 = 0$
4.	Розв'яжемо кожне з отриманих лінійних рівнянь	$x_1 = 0$ або $4x - 3 = 0$ $4x = 3$ $x_2 = 0,75$
5.	Запишемо відповідь	Відповідь: 0; 0,75.

II. $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, $b = 0$, $c \neq 0$.
У цьому випадку (якщо $b = 0$) рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ набуває вигляду $ax^2 + c = 0$



Алгоритм розв'язування рівнянь вигляду $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$, $b = 0$, $c \neq 0$)

1. Визначіть коефіцієнти заданого квадратного рівняння.
2. Перенесіть доданок c , що не містить змінної, у праву частину рівняння.
3. Поділіть обидві його частини на a , щоб отримати рівняння $x^2 = -\frac{c}{a}$.
4. Проаналізуйте знак виразу $(-\frac{c}{a})$:
якщо коефіцієнти a і c мають один знак, то $(-\frac{c}{a}) < 0$ і рівняння $x^2 = -\frac{c}{a}$ розв'язків не має;
якщо коефіцієнти a і c мають різні знаки, то $(-\frac{c}{a}) > 0$ і рівняння $x^2 = (-\frac{c}{a})$ має два розв'язки: $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$.
5. Запишіть відповідь.





Вправа 2. Розв'яжіть рівняння $25x^2 - 9 = 0$.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Визначимо коефіцієнти заданого квадратного рівняння.	$a = 25, b = 0, c = -9$
2.	Перенесемо доданок, що не містить змінної, у праву частину	$25x^2 = 9$
3.	Поділимо обидві частини на 25	$x^2 = \frac{9}{25}$
4.	Проаналізуємо знак виразу $\frac{9}{25}$: $\frac{9}{25} > 0$, то рівняння має два розв'язки	$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} = \pm 0,6$
5.	Запишемо відповідь.	Відповідь: $\pm 0,6$.



Вправа 3. Розв'яжіть рівняння $7x^2 + 5 = 0$.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Визначимо коефіцієнти заданого рівняння.	$a = 7, b = 5, c = 0$
2.	Перенесемо доданок, що не містить змінної, у праву частину рівняння	$7x^2 = -5$
3.	Поділимо обидві частини на 7	$x^2 = -\frac{5}{7}$
4.	Проаналізуємо знак виразу $-\frac{5}{7}$: $-\frac{5}{7} < 0$, то рівняння розв'язків не має	розв'язків не має
5.	Запишемо відповідь.	Відповідь: розв'язків не має.

III. $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, $b = c = 0$.
У цьому випадку (якщо $b = c = 0$) рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ набуває вигляду $ax^2 = 0$

СЛІД ЗНАТИ!



Алгоритм розв'язування рівнянь вигляду $ax^2 = 0$ ($a \neq 0$, $b = c = 0$)

1. Визначіть коефіцієнти заданого квадратного рівняння.
2. Поділіть обидві його частини на a , щоб отримати рівняння $x^2 = 0$.
3. Розв'яжіть $x^2 = 0$, $x = 0$.
4. Запишіть відповідь: $x = 0$.

АЛГОРИТМ



Рівняння $ax^2 = 0$ при будь-яких значеннях $a \neq 0$ має єдиний розв'язок $x = 0$.



Вправа 4. Розв'яжіть рівняння $39x^2 = 0$.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Визначимо коефіцієнти заданого квадратного рівняння.	$a = 39$, $b = 0$, $c = 0$
2.	Поділимо обидві частини рівняння на 39. Отримати рівняння $x^2 = 0$.	$x^2 = 0$
3.	Розв'яжемо рівняння $x^2 = 0$, $x = 0$.	$x = 0$
4.	Запишемо відповідь: $x = 0$	Відповідь: 0