



ГОЛОВНА ІДЕЯ

Розв'язування деяких практичних задач, задач математики і фізики приводять до рівнянь, де невідоме входить у другому степені (у квадраті).



АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Площа ділянки прямокутної форми дорівнює 600 м^2 . Довжина ділянки на 10 м більша від ширини. Знайти ширину ділянки.

Розв'язання: Нехай ширина ділянки дорівнює x м. Тоді довжина ділянки дорівнює $(x+10)$ м, а площа – $x(x+10) \text{ м}^2$. За умовою задачі ця площа дорівнює 600 м^2 , тому маємо таке рівняння $x(x+10)=600$, звідки $x^2+10x-600=0$.

Ми отримали рівняння, що відрізняється від тих, які розв'язували раніше. Це рівняння є цілим, максимальний степінь змінної, що входить до нього, дорівнює 2 і називають квадратним.

Означення 1. Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — числа ($a \neq 0$), називають квадратним.

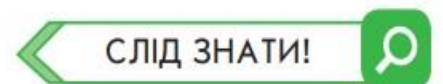


1) Многочлен $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), який міститься в лівій частині рівняння, називають квадратним тричленом.

2) Число a називають старшим (першим) коефіцієнтом квадратного тричлена та відповідного квадратного рівняння; число b — другим коефіцієнтом; число c — вільним членом.

3) Якщо $a=0$, квадратний тричлен перетворюється на лінійний двочлен.

Якщо $a \neq 0$, рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ залишається квадратним, при цьому числа b і c можуть дорівнювати нулю.



Наприклад, $7x^2 - 3x + 5$ — квадратний тричлен; $7x^2 - 3x + 5 = 0$ — квадратне рівняння. Запишемо це рівняння у вигляді $ax^2 + bx + c = 0$: $7x^2 + (-3)x + 5 = 0$. Звідси $a = 7$ — старший (або перший) коефіцієнт, $b = -3$ — другий коефіцієнт, $c = 5$ — вільний член.



Ключовий момент .
Кожний коефіцієнт розглядається з тим знаком,
який стоїть перед ним.

Значення квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ залежить від значень змінної x . При різних значеннях x тричлен набуває різних значень, у тому числі 0. Але якщо при будь-яких значеннях коефіцієнтів a , b і c квадратний тричлен буде відмінним від нуля, це означає, що не існує таких значень змінної x , при яких даний квадратний тричлен перетворюється в нуль.

Означення 2. Коренем квадратного тричлена називають значення змінної, при якому значення цього тричлена дорівнює нулю.



Корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ є коренями відповідного квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
Квадратні рівняння мають не більш ніж два корені.



Досить часто на практиці ми маємо справу з квадратними рівняннями, у яких старший коефіцієнт дорівнює 1.

Означення 3. Квадратне рівняння, старший коефіцієнт якого дорівнює 1, називають зведеним.



Наприклад, $x^2 + 2x + 1 = 0$ — зведене квадратне рівняння. У якому:
 $a = 1$ — старший (або перший) коефіцієнт, $b = 2$ — другий коефіцієнт,
 $c = 1$ — вільний член.



У вивченні наук приклади корисніші за правила

Ісаак Ньютон



Вправа 1. Визначте коефіцієнти квадратного рівняння:

1) $-5x^2 + 13x + 9 = 0$;

2) $\frac{1}{2}x^2 - 7 = 0$.

Розв'язання:

№ п/п	Зміст дії	Результат дії
1.	Запишемо рівняння $-5x^2 + 13x + 9 = 0$ у вигляді $ax^2 + bx + c = 0$.	$(-5) \cdot x^2 + (13) \cdot x + (9) = 0$, $a = -5, b = 13, c = 9$.
2.	Запишемо рівняння $\frac{1}{2}x^2 - 7 = 0$ у вигляді $ax^2 + bx + c = 0$.	$(\frac{1}{2}) \cdot x^2 + (-7) = 0$, $a = \frac{1}{2}, b = 0, c = -7$.
3.	Запишемо відповідь.	Відповідь: 1) $a = -5, b = 13, c = 9$; 2) $a = \frac{1}{2}, b = 0, c = -7$.



Вправа 2. Складіть квадратне рівняння, у якому старший коефіцієнт (-3) , другий коефіцієнт $\frac{1}{5}$, вільний член $(-2,3)$.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Підставимо в рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ задані значення коефіцієнтів.	$a = -3, b = \frac{1}{5}, c = -2,3;$ $-3x^2 + \frac{1}{5}x + (-2,3) = 0.$
2.	Розкриємо дужки в отриманому рівнянні. Можна помножити обидві частини рівняння на (-10) та отримати квадратне рівняння з цілими коефіцієнтами.	$-3x^2 + \frac{1}{5}x - 2,3 = 0.$ $30x^2 - 2x + 23 = 0.$
3.	Запишемо відповідь	Відповідь: $30x^2 - 2x + 23 = 0.$

ПРИГАДАЙТЕ! До квадратних рівнянь можна застосовувати всі правила рівносильних перетворень рівнянь:

- 1) доданки можна переносити з однієї частини рівняння в іншу, змінюючи їх знак на протилежний;
- 2) до обох частин рівняння можна додавати те саме число (від обох частин рівняння можна віднімати те саме число);
- 3) обидві частини рівняння можна множити або ділити на те саме число, відмінне від нуля.



Вправа 3. Зведіть рівняння $-2x(x+1)-(2x-3)^2 = 4x^2-1$ до вигляду $ax^2 + bx + c = 0$. Визначте його коефіцієнти. У відповідь запишіть відношення вільного члена до старшого коефіцієнта.

Розв'язання:

Крок	Зміст дії	Результат дії
1.	Розкриємо дужки у лівій частині рівняння.	$-2x^2 - 2x - (4x^2 - 12x + 9) = 4x^2 - 1,$ $-2x^2 - 2x - 4x^2 + 12x - 9 = 4x^2 - 1$
2.	Перенесемо всі доданки в ліву частину рівняння.	$-2x^2 - 2x - 4x^2 + 12x - 9 - 4x^2 + 1 = 0$
3.	Зведемо подібні доданки в лівій частині рівняння й запишемо рівняння у вигляді $ax^2 + bx + c = 0$.	$-10x^2 + 10x - 8 = 0$
4.	Поділимо обидві частини рівняння на (-2) .	$5x^2 - 5x + 4 = 0$
5.	Визначимо коефіцієнти отриманого квадратного рівняння.	$a = 5, b = -5, c = 4$
6.	Знайдемо відношення вільного члена до старшого коефіцієнта.	$\frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0,8$
7.	Запишемо відповідь.	Відповідь: $a = 5, b = -5, c = 4; 0,8$